

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa79172803da5b7b5559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано

деканом факультета

« 29 » 06 2023 г.

/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Векторный и тензорный анализ

Направление подготовки

03.03.02 Физика

Профиль:

Теоретическая и математическая физика

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета

Протокол « 29 » 06 2023 г. № 10

Председатель УМКом /Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, математического анализа и
геометрии

Протокол от « 29 » 06 2023 г. № 10

Зав. кафедрой /Кондратьева Г.В./

Мытищи

2023

Автор-составитель:

Зверев Н.В.

доцент кафедры математического анализа и геометрии,
кандидат физико-математических наук

Рабочая программа дисциплины «Векторный и тензорный анализ» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом Минобрнауки России от 07.08.2020г. № 891.

Дисциплина входит в модуль «Дисциплины математического цикла» в части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)», и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.....	8
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	9
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	16
7. Методические указания по освоению дисциплины.....	17
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	17
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	17

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

формирование знаний и понятий в области математического анализа применительно к векторным пространствам, его роли и месте в системе естественных и математических наук.

Задачи дисциплины:

- изучить основные понятия и теоремы векторного и тензорного анализа;
- сформировать общие представления об их использовании в различных дисциплинах математики, физики и естественных наук;
- ознакомить с различными видами нововведений и инновационным опытом школ России;
- способствовать развитию творческого потенциала обучающегося в процессе освоения данного курса, активизации самостоятельной деятельности, включению в исследовательскую работу;
- содействовать становлению личностной профессионально-педагогической позиции в отношении проблем проектирования инновационных процессов.
- сформировать готовность обучающегося к реализации полученных знаний и умений в практической деятельности.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ДПК-2 – способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в модуль «Дисциплины математического цикла» в части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)», и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин «Аналитическая геометрия», «Линейная алгебра», «Математический анализ», а также «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление».

Изучение дисциплины «Векторный и тензорный анализ» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплин «Электричество и магнетизм», «Теоретическая механика», «Механика сплошных сред», «Электродинамика».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	4
Объем дисциплины в часах	144
Контактная работа:	92,3
Лекции	30
Практические занятия	60
Из них в форме практической подготовки:	60
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,3
Предэкзаменационная консультация	2
Экзамен	0,3
Самостоятельная работа	42
Контроль	9,7

Форма промежуточной аттестации: экзамен в 4 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов		
	Лекции	Практические занятия	
		Общее кол-во	Из них в форме практической
Тема 1. Элементы векторной алгебры Правые прямоугольные системы координат, ортонормированный базис. Скалярное и векторное произведения. Преобразования базиса и координат точки относительно правых прямоугольных систем координат, матрица перехода. Ортогональность и унимодулярность матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Символ Кронекера и символ Леви – Чивиты. Структура матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Углы Эйлера.	6	6	6
Тема 2. Элементы тензорного анализа Скалярные, векторные и тензорные поля относительно правых прямоугольных систем координат. Сложение, умножение на число, перестановка индексов, симметризация и антисимметризация, умножение, свертка и дифференцирование тензоров относительно правых прямоугольных систем координат. Симметричные тензоры второго ранга, приведение к диагональному виду. Истинные тензорные и псевдотензорные поля относительно прямоугольных систем координат.	6	8	8
Тема 3. Градиент, дивергенция, ротор скалярного и векторного	2	10	10

полей Основные инвариантные дифференциальные операции первого порядка скалярных и векторных полей относительно правых прямоугольных систем координат. Градиент скалярного поля, дивергенция векторного поля и ротор векторного поля. Их основные свойства.			
Тема 4. Оператор Лапласа и оператор набла Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Основные свойства дифференциальных операций второго порядка. Оператор набла. Выражения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа скалярного и векторного полей через оператор набла. Векторные комбинации с оператором набла на скалярное и векторное поля. Градиент, дивергенция и ротор скалярного и векторного произведений векторных полей.	6	12	12
Тема 5. Дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей Производная скалярного поля по направлению. Векторные линии векторного поля. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского – Гаусса через дивергенцию векторного поля. Формула Стокса через ротор векторного поля. Интегральное представление градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля.	4	8	8
Тема 6. Специальные виды полей Потенциальное поле, скалярный потенциал. Соленоидальное поле, векторный потенциал. Гармоническое поле.	2	8	8
Тема 7. Криволинейные системы координат Понятие криволинейных систем координат. Правый ортонормированный базис в криволинейных координатах. Параметры Ламэ. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Формулы для градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля и оператора Лапласа скалярного и векторного полей в криволинейных координатах с параметрами Ламэ.	4	8	8
Итого	30	60	60

ПРАКТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Тема	Задание на практическую подготовку	количество часов
Тема 1. Элементы векторной алгебры	Разработать задачи по темам: «Правые прямоугольные системы координат, ортонормированный базис», «Скалярное и векторное произведения», «Преобразования базиса и координат точки относительно правых прямоугольных систем координат», «Матрица перехода», «Ортогональность и унимодулярность матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат», «Символ Кронекера и символ Леви – Чивиты», «Структура матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат», «Углы Эйлера».	6

Тема 2. Элементы тензорного анализа	Разработать задачи по темам: «Скалярные, векторные и тензорные поля относительно правых прямоугольных систем координат», «Сложение, умножение на число, перестановка индексов, симметризация и антисимметризация, умножение, свертка и дифференцирование тензоров относительно правых прямоугольных систем координат», «Симметричные тензоры второго ранга, приведение к диагональному виду», «Истинные тензорные и псевдотензорные поля относительно прямоугольных систем координат».	8
Тема 3. Градиент, дивергенция, ротор скалярного и векторного полей	Разработать задачи по темам: «Основные инвариантные дифференциальные операции первого порядка скалярных и векторных полей относительно правых прямоугольных систем координат», «Градиент скалярного поля, дивергенция векторного поля и ротор векторного поля».	10
Тема 4. Оператор Лапласа и оператор набла	Разработать задачи по темам: «Оператор Лапласа скалярного и векторного полей», «Основные свойства дифференциальных операций второго порядка», «Оператор набла», «Выражения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа скалярного и векторного полей через оператор набла», «Векторные комбинации с оператором набла на скалярное и векторное поля», «Градиент, дивергенция и ротор скалярного и векторного произведений векторных полей».	12
Тема 5. Дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей	Разработать задачи по темам: «Производная скалярного поля по направлению», «Векторные линии векторного поля», «Циркуляция векторного поля», «Формула Остроградского – Гаусса через дивергенцию векторного поля», «Формула Стокса через ротор векторного поля», «Интегральное представление градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля».	8
Тема 6. Специальные виды полей	Разработать задачи по темам: «Потенциальное поле, скалярный потенциал», «Соленоидальное поле, векторный потенциал», «Гармоническое поле».	8
Тема 7. Криволинейные системы координат	Разработать задачи по темам: «Криволинейные системы координат», «Правый ортонормированный базис в криволинейных координатах», «Параметры Ламэ», «Цилиндрическая и сферическая системы координат», «Формулы для градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля и оператора Лапласа скалярного и векторного полей».	8

	в криволинейных координатах с параметрами Ламэ».	
--	--	--

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Тема 1. Элементы векторной алгебры	Правые прямоугольные системы координат, ортонормированный базис. Скалярное и векторное произведения. Преобразования базиса и координат точки относительно правых прямоугольных систем координат, матрица перехода. Ортогональность и унимодулярность матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Символ Кронекера и символ Леви – Чивиты. Структура матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Углы Эйлера.	6	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 2. Элементы тензорного анализа	Скалярные, векторные и тензорные поля относительно правых прямоугольных систем координат. Сложение, умножение на число, перестановка индексов, симметризация и антисимметризация, умножение, свертка и дифференцирование тензоров относительно правых прямоугольных систем координат. Симметричные тензоры второго ранга, приведение к диагональному виду. Истинные тензорные и псевдотензорные поля относительно прямоугольных систем координат.	6	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 3. Градиент, дивергенция, ротор скалярного и векторного полей	Основные инвариантные дифференциальные операции первого порядка скалярных и векторных полей относительно правых прямоугольных систем координат. Градиент скалярного поля, дивергенция векторного поля и ротор векторного поля. Их основные свойства.	6	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 4. Оператор Лапласа и оператор набла	Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Основные свойства дифференциальных операций второго порядка. Оператор набла. Выражения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа скалярного и векторного полей через оператор набла. Векторные комбинации	6	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа

	с оператором набла на скалярное и векторное поля. Градиент, дивергенция и ротор скалярного и векторного произведений векторных полей.			плины	работа
Тема 5. Дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей	Производная скалярного поля по направлению. Векторные линии векторного поля. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского – Гаусса через дивергенцию векторного поля. Формула Стокса через ротор векторного поля. Интегральное представление градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля.	6	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 6. Специальные виды полей	Потенциальное поле, скалярный потенциал. Соленоидальное поле, векторный потенциал. Гармоническое поле.	6	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 7. Криволинейные системы координат	Понятие криволинейных систем координат. Правый ортонормированный базис в криволинейных координатах. Коэффициенты Ламэ. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Формулы для градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля и оператора Лапласа скалярного и векторного полей в криволинейных координатах с коэффициентами Ламэ.	6	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Итого		42			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать теорию векторного и тензорного анализа. Уметь решать соответствующие задачи.	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать теорию векторного и тензорного анализа. Уметь решать соответствующие задачи. Владеть основными методами решения задач	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа практическая подготовка	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания практической подготовки

Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	5
средняя активность на практической подготовке	2
низкая активность на практической подготовке	0

Шкала оценивания домашнего задания.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% домашнего задания по данной теме	0
Студент правильно выполнил 6 – 20% домашнего задания по данной теме	2
Студент правильно выполнил 21 – 40% домашнего задания по данной теме	4
Студент правильно выполнил 41 – 60% домашнего задания по данной теме	6
Студент правильно выполнил 61 – 80% домашнего задания по данной теме	8
Студент правильно выполнил 81 – 100% домашнего задания по данной теме	10

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	10
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	8

Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	6
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	4
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 6 – 10% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	10

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Задания для практической подготовки.

1. Правые прямоугольные системы координат, ортонормированный базис. Скалярное и векторное произведения. Преобразования базиса и координат точки относительно правых прямоугольных систем координат, матрица перехода. Ортогональность и унимодулярность матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Символ Кронекера и символ Леви – Чивиты. Структура матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Углы Эйлера.
2. Скалярные, векторные и тензорные поля относительно правых прямоугольных систем координат. Сложение, умножение на число, перестановка индексов, симметризация и антисимметризация, умножение, свертка и дифференцирование тензоров относительно правых прямоугольных систем координат. Симметричные тензоры второго ранга, приведение к диагональному виду. Истинные тензорные и псевдотензорные поля относительно прямоугольных систем координат.
3. Основные инвариантные дифференциальные операции первого порядка скалярных и векторных полей относительно правых прямоугольных систем координат. Градиент скалярного поля, дивергенция векторного поля и ротор векторного поля. Их основные свойства.
4. Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Основные свойства дифференциальных операций второго порядка. Оператор набла. Выражения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа скалярного и векторного полей через оператор набла. Векторные комбинации с оператором набла на скалярное и векторное поля. Градиент, дивергенция и ротор скалярного и векторного произведений векторных полей.

5. Производная скалярного поля по направлению. Векторные линии векторного поля. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского – Гаусса через дивергенцию векторного поля. Формула Стокса через ротор векторного поля. Интегральное представление градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля.
6. Потенциальное поле, скалярный потенциал. Соленоидальное поле, векторный потенциал. Гармоническое поле.
7. Понятие криволинейных систем координат. Правый ортонормированный базис в криволинейных координатах. Коэффициенты Ламэ. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Формулы для градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля и оператора Лапласа скалярного и векторного полей в криволинейных координатах с коэффициентами Ламэ.

Пример домашнего задания.

1. Найти $\text{grad}([a, r]^2)$, где $a = \text{const}$.
2. Найти угол между градиентами скалярных полей $u = \frac{z}{x^3 y^2}$ и $v = \frac{3}{x} + \frac{4}{y} - \frac{1}{z\sqrt{6}}$ в точке $M(1, 2, 1/\sqrt{6})$.
3. Найти $\text{rot}((a r)[b, r])$, где $a = \text{const}$, $b = \text{const}$.
4. Найти $\text{div}(r^4 a)$, где $r = |r|$, $a = \text{const}$.
5. Найти $\Delta(r^2 r)$, где $r = |r|$.
6. Упростить выражение $\sum_{i,j,k=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \{x_j a_j x_k b_k\}$, если a_j и b_k – постоянные величины.
7. Упростить выражение $\sum_{i,j,k,l=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \{\varepsilon_{jkl} x_i a_j b_k x_l\}$, если a_j и b_k – постоянные величины.
8. Найти векторные линии векторного поля $a = 4yi - 9xj$.
9. Найти поток векторного поля $a = xi + yj - zk$ через часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, расположенную в 1-ом октанте ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$), если нормаль к плоскости образует острый угол с осью OZ .
10. Найти поток векторного поля $a = (e^z + 2x)i + e^x j + e^y k$ через замкнутую поверхность σ , являющуюся границей трехмерной фигуры $H = \{x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$, если нормаль к поверхности внешняя.
11. Найти циркуляцию векторного поля $a = xi + z^2 j + yk$ вдоль контура $\Gamma = \{x = \cos t, y = 2 \sin t, z = 2 \cos t - 2 \sin t - 1\}$ в направлении возрастания параметра t .
12. Найти скалярный потенциал векторного поля $a = (6xy - 2x)i + (3x^2 - 2z)j + (1 - 2y)k$.
13. Найти векторный потенциал векторного поля $a = [c, r]r^2$, где $r = |r|$, $c = \text{const}$.
14. Найти $\text{grad}(r^2 e_\theta)$ в сферической системе координат.

Примерные задания контрольной работы.

1. Найти поток векторного поля $\mathbf{a} = x^2 \mathbf{k}$ через поверхность $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, если $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \leq 3$, и нормаль к поверхности образует острый угол с осью OZ .
2. Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ вдоль окружности, полученной пересечением сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ с плоскостью $x + y + z = 1$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки, если смотреть из точки $M(1,1,0)$.
3. Упростить выражение $\sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \{x_j a_i b_j\}$, если a_i и b_j – постоянные величины.
4. Найти скалярный потенциал векторного поля $\mathbf{a} = (6xy - 2x)\mathbf{i} + (3x^2 - 2z)\mathbf{j} + (1 - 2y)\mathbf{k}$.
5. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = \frac{y}{x^2} \mathbf{j} - \frac{1}{x} \mathbf{k}$.
6. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (z^2 - x^2)\mathbf{j} + (yx - z^2)\mathbf{k}$.
7. Найти оператор Лапласа векторного поля $\mathbf{a} = r^2[\mathbf{c}, \mathbf{r}]$, где $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{c} = \text{const}$.
8. Найти векторные линии векторного поля $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} - 3y\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$.
9. Найти скалярный потенциал векторного поля $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{r}}{r} \sin^2 r$, где $r = |\mathbf{r}|$.
10. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (z^2 - x^2)\mathbf{j} + (yx - z^2)\mathbf{k}$.
11. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = (yx - z^2)\mathbf{i} + (z^2 - y^2)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$.
12. Найти оператор Лапласа векторного поля $\mathbf{a} = x^4\mathbf{i} + y^4\mathbf{j} + z^4\mathbf{k}$.
13. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = r^2 \mathbf{e}_\varphi$ в сферической системе координат.
14. Найти дивергенцию векторного поля $\mathbf{a} = r \cos \varphi \mathbf{e}_r$ в цилиндрической системе координат.

Примерные вопросы устного опроса.

1. Базис в пространстве и на плоскости, разложение вектора по базису.
2. Ортонормированный базис. Правый базис. Преобразование координат при переходе от одного базиса к другому.
3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формула для его вычисления.
4. Векторное произведение векторов и его свойства. Формула для его вычисления.
5. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Формула для его вычисления.
6. Двойное векторное произведение трех векторов и формула его вычисления.
7. Понятие векторной функции от скалярного и векторного аргумента.
8. Символ Кронекера. Символ Леви – Чивиты и его свойства.
9. Тензоры относительно правой прямоугольной системы координат. Примеры тензоров.
10. Линейные свойства тензоров. Дифференцирование тензоров.
11. Симметричные тензоры второго ранга. Их приведение к диагональной форме.
12. Произведение тензоров, свертка тензоров.
13. Скалярные поля. Градиент скалярного поля и его свойства.
14. Векторные поля. Дивергенция векторного поля и его свойства.
15. Векторные поля. Ротор векторного поля и его свойства.
16. Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Их выражения через градиент, ротор и дивергенцию скалярного и векторного полей.
17. Оператор набла, векторные операции с оператором набла.
18. Векторное поле. Векторные линии и их уравнения.

19. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутого контура. Поток векторного поля через поверхность.
20. Формула Остроградского – Гаусса и формула Стокса.
21. Интегральное представление дивергенции векторного поля.
22. Интегральное представление градиента скалярного поля.
23. Интегральное представление ротора векторного поля.
24. Потенциальное поле. Скалярный потенциал и его нахождение.
25. Соленоидальное поле. Векторный потенциал. Примеры соленоидальных полей.
26. Криволинейные координаты. Сферические и цилиндрические координаты, коэффициенты Ламэ.

Примерные вопросы к экзамену.

1. Правые прямоугольные системы координат, ортонормированный базис. Скалярное и векторное произведения.
2. Преобразования базиса и координат точки относительно правых прямоугольных систем координат, матрица перехода.
3. Ортогональность и унимодулярность матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат.
4. Символ Кронекера. Символ Леви – Чивиты и его основные свойства.
5. Структура матрицы перехода относительно правых прямоугольных систем координат. Углы Эйлера.
6. Скалярные, векторные и тензорные поля (тензоры) относительно правых прямоугольных систем координат. Примеры тензорных полей.
7. Сложение, умножение на число, перестановка индексов, симметризация и антисимметризация, умножение, свертка и дифференцирование тензоров относительно правых прямоугольных систем координат.
8. Симметричные тензоры второго ранга относительно правых прямоугольных систем координат. Их приведение к диагональному виду.
9. Истинные тензорные и псевдотензорные поля относительно прямоугольных систем координат.
10. Основные инвариантные дифференциальные операции первого порядка скалярных и векторных полей относительно правых прямоугольных систем координат.
11. Градиент скалярного поля и его основные свойства.
12. Дивергенция векторного поля и ее основные свойства.
13. Ротор векторного поля. Его основные свойства.
14. Оператор Лапласа скалярного и векторного полей. Основные свойства дифференциальных операций второго порядка.
15. Оператор набла. Выражения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа скалярного и векторного полей через оператор набла.
16. Векторные комбинации с оператором набла на скалярное и векторное поля.
17. Градиент скалярного произведения векторных полей, его вывод.
18. Дивергенция векторного произведения векторных полей, ее вывод.
19. Ротор векторного произведения векторных полей, ее вывод.
20. Производная скалярного поля по направлению. Векторные линии векторного поля. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля через поверхность
21. Формула Остроградского – Гаусса через дивергенцию векторного поля.
22. Формула Стокса через ротор векторного поля.
23. Интегральное представление градиента скалярного поля
24. Интегральное представление дивергенции векторного поля.
25. Интегральное представление ротора векторного поля.
26. Потенциальное поле. Скалярный потенциал и его нахождение.

27. Соленоидальное поле, векторный потенциал. Примеры соленоидальных полей. Гармоническое поле.
28. Понятие криволинейных систем координат. Правый ортонормированный базис в криволинейных координатах. Коэффициенты Ламэ.
29. Цилиндрическая и сферическая криволинейные системы координат, их коэффициенты Ламэ.
30. Формулы для градиента скалярного поля и дивергенции векторного поля в криволинейных координатах.
31. Формула для ротора векторного поля и оператора Лапласа скалярного поля в криволинейных координатах.
32. Формула для оператора Лапласа векторного поля в криволинейных координатах.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: выполнение домашнего задания, устный опрос, выполнение контрольной работы, практическая подготовка.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За выполнение домашних заданий обучающийся может набрать максимально 20 баллов

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение контрольной работы обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение практической подготовки обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания экзамена.

Количество баллов	Критерии оценивания
25 – 30	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
19 – 24	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий
13 – 18	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 12	имеет место неусвоение основных теорем и формул

	курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
--	---

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины.

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Отлично
61 – 80	Хорошо
41 – 60	Удовлетворительно
0 – 40	Неудовлетворительно

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Акивис, М. А. Тензорное исчисление: Учебное пособие/Акивис М. А., Гольдберг В. В., 3-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 304 с. ISBN 5-9221-0424-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/110700> (дата обращения: 24.05.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. Щетинин, А. Н. Введение в тензорный анализ : учебное пособие / А. Н. Щетинин, Е. А. Губарева. - Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. - 35 с. - ISBN --. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : https://www.studentlibrary.ru/book/bauman_0021.html (дата обращения: 24.05.2023). - Режим доступа : по подписке.

6.2. Дополнительная литература

1. Мусин, Ю. Р. Тензорный анализ. Вводный курс с приложениями к анализу и геометрии : учебное пособие для вузов / Ю. Р. Мусин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 184 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06198-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/515095> (дата обращения: 24.05.2023).
2. Горлач, Б. А. Тензорная алгебра и тензорный анализ : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-1834-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211781> (дата обращения: 24.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Векуа И.Н. Основы тензорного анализа и теории ковариантов [Текст] / И. Н. Векуа. - М. : Наука, 1978. – 296с.
4. Сокольников С.И. Тензорный анализ: теория и применение в механике сплошных сред. М.: КомКнига, 2007. – 376 с.
5. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. М.: Высшая школа, 1966. – 238 с.
6. Агеносов Л.Г., Няшин А.Ф. Векторный анализ (методические указания для студентов физического факультета). Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2003. – 48 с.
7. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: Физматлит, 2000. – 448 с.

8. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: ЛКИ, 2010. – 664 с.
9. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том 1. М.: Наука, 1973. – 492 с.
10. Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа. М.: Либроком, 2010. – 440 с.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ: <http://lib.mexmat.ru/>
2. Математическое бюро: Учебники по математическому анализу: <http://www.matburo.ru>
3. <http://www.library.mephi.ru/>
4. <http://ega-math.narod.ru/>
5. <http://neo-chaos.narod.ru/fikhtengolts.html>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы бакалавров.
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования

pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации

www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.