

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b5b9e44c

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания
математики

Согласовано управлением организации
и контроля качества образовательной
деятельности

« 10 » 06 2020 г.

Начальник управления

/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 10 » 06 2020 г. № 2

Председатель



Рабочая программа дисциплины
Основные структуры алгебры

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль:
Математика

Квалификация
Бакалавр

Формы обучения
Очная

Согласовано учебно-методической
комиссией физико-математического
факультета:

Протокол « 10 » 06 2020 г. № 10

Председатель УМКом

/ Барabanова Н.Н. /

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, элементарной математики и
методики преподавания математики

Протокол « 10 » 06 2020 г. № 11

Зав. кафедрой

/ Рассудовская М.М. /

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Пинчук Ирина Александровна,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной
математики и методики преподавания математики

Рабочая программа дисциплины «Основные структуры алгебры» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18г. № 121.

Дисциплина входит в вариативную часть блока 1 и является дисциплиной по выбору.

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся...	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.....	8
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины.....	22
7. Методические указания по освоению дисциплины.....	23
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	23
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	24

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины по выбору «Основные структуры алгебры» является формирование у студентов алгебраической культуры, овладение ими основными алгебраическими понятиями, актуальными в современной математической науке и так необходимыми учителю математики.

Задачи дисциплины:

- знакомство студентов с основными современными алгебраическими понятиями и закономерностями;
- формирование у студентов представлений о современной теории групп, колец, полей и алгебр;
- знакомство с основными приемами алгебраических рассуждений и доказательств.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате изучения дисциплины «Основные структуры алгебры» обучающийся должен:

ДПК-5 - Готов к разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы;

СПК-1 - Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Основные структуры алгебры» относится к части, формируемую участниками образовательных отношений, блока 1 и является дисциплиной по выбору. Для освоения дисциплины по выбору «Основные структуры алгебры» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в период получения квалификации бакалавра при изучении дисциплин «Линейная алгебра», «Алгебра», «Теория чисел».

Компетенции, знания, навыки и умения, полученные в ходе изучения дисциплины, должны всесторонне использоваться и развиваться студентами:

- на всех этапах обучения в вузе при изучении дисциплин различных циклов, проведении научных исследований, выполнении контрольных домашних заданий, подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ
- в ходе дальнейшего обучения в аспирантуре;
- в процессе последующей профессиональной деятельности

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

3.1 Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	54,2
Лекции	18
Практические занятия	36
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	0,2
Зачет/ зачет с оценкой	0,2
Самостоятельная работа	46
Контроль	7,8

Формой промежуточной аттестации являются зачет с оценкой в 3 семестре

3.2 Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием	Количество часов	
	Лекции	Практические занятия
Тема 1. Основные алгебраические структуры и их гомоморфизмы Алгебраическая операция и ее свойства. Понятие алгебраической структуры как множества с алгебраическими операциями. Понятие группы и подгруппы, их свойства. Смежные классы по подгруппе. Конечные группы. Теорема Лагранжа и ее следствие. Нормальные подгруппы, критерий нормальной подгруппы. Гомоморфизмы групп, примеры и свойства. Эпиморфизмы, мономорфизмы и изоморфизмы. Ядро и образ гомоморфизма. Теорема Кэли о подгруппах симметрической группы. Степень элемента в группе. Циклические группы. Факторгруппа и теорема о гомоморфизмах групп. Понятие кольца и подкольца. Идеалы колец, главные идеалы. Евклидовы кольца. Факторкольцо. Гомоморфизмы колец и теорема о гомоморфизмах колец.	6	10
Тема 2. Делимость в коммутативных кольцах с 1. Определение и примеры коммутативных колец с 1. Делимость в кольцах, свойства делимости. Делимость и идеалы коммутативных колец.	2	6
Тема 3. Факториальные кольца и кольца многочленов над факториальным кольцом. Простые и составные элементы целостного кольца. Определение и примеры факториальных колец. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное элементов факториального кольца. Делимость идеалов. Теория делимости в кольце главных идеалов. Факториальность колец главных идеалов и евклидовых колец.	3	6

Факториальность колец многочленов над факториальным кольцом. Примитивные многочлены и лемма Гаусса.		
Тема 4. Линейные алгебры и их примеры. Определение и примеры линейной алгебры и подалгебры. Структурные константы линейной алгебры. Определение и примеры алгебры Ли как линейной алгебры. Алгебры Ли малой размерности над полем комплексных чисел	3	6
Тема 5. Теория расширения полей и существование корня многочлена. Простое и составное расширение поля. Алгебраические и трансцендентные над полем элементы. Строение простого алгебраического расширения поля. Изоморфизм простых алгебраических расширений поля, полученных присоединением корня одного и того же неприводимого многочлена. Существование корня неприводимого над полем многочлена. Изоморфизм трансцендентных расширений поля.	4	8
Итого	18	36

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Целью самостоятельной работы является углубление понимания и улучшение усвоения курса лекций и практических занятий, подготовка к сдаче зачета с оценкой. А также формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий. Самостоятельная работа требует для своего решения от студента умения устанавливать не только отдельные функциональные связи в ранее усвоенных знаниях и методах их применения, но и умения определять их структуру в целом. Выполнение этих работ стимулирует студента применять усвоенные ранее знания, что делает их более глубокими.

Самостоятельную работу на практических занятиях можно организовать за счет самостоятельного решения поставленных задач, выполнения предлагаемых заданий. На лекциях - дискуссия, обсуждение мнений студентов. На зачете с оценкой – проверка умения решать поставленные задачи и обосновывать выбранный путь и метод решения.

Формы и методы самостоятельной работы студентов и её оформление:

- подготовка расчетных работ по результатам проведенного ознакомления с материалами лекций, а также дополнительными источниками, согласно списка литературы.

С целью оптимизации учебного процесса рекомендуется на первом занятии сообщить студентам общую тематику занятий, цели и задачи курса, темы самостоятельной работы и примерный перечень вопросов по дисциплине, а также обозначить особенности проведения зачета с оценкой и промежуточного контроля. Самостоятельной работой студент обязан заниматься перед каждым практическим занятием в форме выполнения домашней работы.

№	Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
1	Алгебры Ли и их универсальные обертывания алгебры	Универсальное свойство Прямое построение Частные примеры Описание структуры	35	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Устный опрос семестровое задание, реферат
2	Булевы алгебры, их свойства и интерпритации	Булевы высказывания Таблицы истинности Операции булевой алгебры Сложные формулы Классификация формул Правило равноистинности Тавтологии Правило замены подформулы Правило замены переменной Перестановки Цепочки формул Приведение подобных членов	30	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Обсуждение на практических занятиях, решение задач
3	Теория делимости в коммутативных кольцах	Отношение делимости, его свойства. Область целостности. Идеалы, их свойства. Примеры колец, не являющихся кольцами главных идеалов. Обратимые элементы. Ассоциированные элементы. Наибольший общий делитель. Свойства наибольшего общего делителя в кольце главных идеалов. Взаимно простые элементы. Евклидовы кольца. Алгоритм Евклида и линейное представление наибольшего общего делителя в евклидовых кольцах. Простые, неприводимые и составные элементы кольца. Неприводимость простых элементов в области целостности. Простота неприводимых элементов в кольцах главных идеалов. Теорема об однозначном разложении на неприводимые множители в кольце главных	25	Изучение литературы, решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Устный опрос семестровое задание, реферат

№	Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
		идеалов. Сравнимость по модулю идеала. Свойства. Классы вычетов. Построение кольца классов вычетов по модулю идеала. Кольцо классов вычетов по максимальному идеалу - поле. Конструкция поля комплексных чисел как кольца классов вычетов. Расширения полей. Присоединение корней многочлена. Поле разложения. Построение поля частных области целостности. Поле рациональных функций. Теорема о разложении рациональной функции на простейшие дроби				
	Итого		90			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «Основные структуры алгебры» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции.

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-5 готов к разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
СПК-1 «Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности»	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Ниже представлен материал, отражающий показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на различных этапах изучения дисциплины. Задания для студентов представлены на двух уровнях: пороговом и продвинутом. Для оценки сформированности компетенций на данных уровнях применена 100 - балльная шкала.

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-5	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: образовательные стандарты и другие регламентирующие документы, являющиеся основой создания образовательных программ; методологию проектирования образовательного процесса; основные результаты освоения образовательной программы для разных уровней образования;	Посещение , устный опрос, контрольная работа, семестровое задание, реферат, зачет с оценкой	41-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: закономерности методологии научного познания, принципы и механизмы анализа и синтеза информации в области профессиональной деятельности Уметь: использовать образовательные стандарты и другие регламентирующие документы для проектирования образовательных программ; использовать методологию проектирования образовательного процесса для создания образовательных программ; определять основные результаты освоения образовательной программы с учетом специфики преподаваемого предмета; на основании абстрактно-логического мышления анализировать профессионально- значимую информацию, интерпретировать	Посещение , устный опрос, контрольная работа, семестровое задание, реферат, зачет с оценкой	61-100

			результаты проектных исследований в профессиональной сфере, принимать решения по результатам проектных исследований		
ОПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<i>Знать:</i> -современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; -значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. <i>Уметь:</i> -ясно и логично излагать полученные базовые знания; -демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами; -строить модели реальных объектов или процессов; -профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; -применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.	Посещение , устный опрос, контрольная работа, семестровое задание, реферат, зачет с оценкой	41-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<i>Знать:</i> -современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; -значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. <i>Уметь:</i> -ясно и логично излагать полученные базовые знания; -демонстрировать понимание общей структуры дисциплин	Посещение , устный опрос, контрольная работа, семестровое задание, реферат, зачет с оценкой	61-100

			физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами; -строить модели реальных объектов или процессов; -профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; -применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. <i>Владеть:</i> -способностью к логическому рассуждению; -моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -владеет основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.		
--	--	--	---	--	--

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы для проведения устных опросов

1. Дайте определение группы
2. Какими свойствами обладает группа
3. Дайте определение гомоморфизма групп
4. Сформулируйте теорему о гомоморфизмах
5. Приведите примеры изоморфных групп
6. Приведите примеры циклических групп
7. Как определяется степень элемента в группе
8. Дайте определение кольца
9. Дайте определение поля
10. Сформулируйте свойства кольца
11. Сформулируйте свойства поля
12. Какие элементы называются делителями нуля
13. Дайте определение гомоморфизма колец
14. Дайте определение подкольца и идеала кольца
15. Приведите примеры основных структур

Требования к зачету с оценкой

Для сдачи зачета с оценкой необходимо выполнить все требуемые домашние и контрольные работы. Существенным моментом является посещаемость занятий и активная работа на занятиях в течение всего семестра (в случае пропусков занятий предполагается более подробный опрос по темам пропущенных занятий). На зачет с оценкой выносятся материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на семинарских занятиях. Для получения зачета надо правильно ответить на несколько поставленных вопросов и решить несколько типовых задач. При выставлении зачета анализируется способность студента ориентироваться в излагаемом материале, умение применять теоретические знания для решения задач.

Список вопросов к зачету с оценкой

1. Виды алгебраических операций и их свойства.
2. Группа, подгруппа, их свойства.
3. Левые (правые) смежные классы группы по подгруппе.
4. Конечные группы. Теорема Лагранжа и следствие из нее.
5. Нормальные подгруппы. Критерий нормальной подгруппы.
6. Гомоморфизмы групп и их свойства. Виды гомоморфизмов.
7. Ядро и образ гомоморфизмов групп, их свойства.
8. Степень элемента в группе, свойства степени.
9. Циклические группы. Изоморфизм циклических групп одного порядка.
10. Факторгруппа. Примеры факторгрупп.
11. Теорема о гомоморфизмах групп.
12. Кольцо, подкольцо, их свойства.
13. Правые, левые, двусторонние идеалы колец.
14. Делимость в коммутативных кольцах с единицей.
15. Главные идеалы кольца, кольцо главных идеалов.
16. Теория делимости в кольце главных идеалов.
17. Евклидовы кольца.
18. Факторкольцо, примеры факторколец.
19. Гомоморфизмы колец и их свойства, примеры.
20. Поле, подполе. Характеристика поля.
21. Поле частных целостного кольца.
22. Простые и составные элементы целостных колец.
23. Определение и примеры факториальных колец

Примерные темы рефератов

1. Симметрическая группа и ее подгруппы
2. Примеры конечных групп малых порядков
3. История создания теории групп
4. Группа Галуа
5. Линейные алгебры
6. Простые расширения полей
7. Трансцендентное расширение поля

8. Характеристика поля и поля ненулевой характеристики

Контрольная работа №1

1. Доказать, что любая конечная циклическая группа порядка n изоморфна группе Z_n .
2. Доказать, что для конечной циклической группы обращение теоремы Лагранжа верно, т.е. если $n = |\langle a \rangle|$ и $n : k$, то существует подгруппа H группы $\langle a \rangle$ такая, что $|H| = k$.
3. Доказать, что отношение изоморфизма в классе всех групп является отношением эквивалентности.
4. Пусть $f : G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп. Доказать, что f - мономорфизм тогда и только тогда, когда $\text{Ker } f = \{1\}$ и f - эпиморфизм тогда и только тогда, когда $\text{Im } f = G'$.
5. Доказать, что если $f : G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп и H - подгруппа в группе G , то $f(H)$ является подгруппой в G' .
6. Доказать, что если $f : G \rightarrow G'$ - гомоморфизм группы G на группу G' и при этом G абелева, то и G' абелева. Верно ли обратное утверждение?

Контрольная работа №2

7. Доказать, что для произвольной подгруппы мультипликативной группы элементы, обратные к элементам левого смежного класса, образуют правый смежный класс.
8. Пусть $G = (GL_n(R), \cdot)$, $H = (SL_n(R), \cdot)$. Вычислить G/H .
9. Доказать, что множество R^* обратимых элементов кольца R с единицей является мультипликативной группой.
10. Доказать, что обратимый элемент кольца не может быть делителем нуля.
11. Доказать, что делителями нуля в кольце матриц над полем являются матрицы с нулевым определителем, и только они.
12. Доказать, что пересечение любого множества идеалов кольца R является идеалом того же кольца.

Семестровое задание для самостоятельной работы

1. Определить какие из операций f являются алгебраическими на следующих множествах A , какие из алгебраических операций коммутативны, ассоциативны?
 - 1) $A = 2N = \{x \mid x \in N, x = 2n, n \in N\}$
 - а) f сложение натуральных чисел,
 - б) f умножение натуральных чисел.
 - 2) $A = \{x \mid x \in N, x = 2n+1, n \in N\}$
 - а) f сложение натуральных чисел,
 - б) f умножение натуральных чисел.

3) $A = \mathbf{R} - \{0\}$

- а) f сложение вещественных чисел,
 б) f умножение вещественных чисел.

4) $A = \mathbf{R} - \mathbf{Q}$

- а) f сложение вещественных чисел,
 б) f умножение вещественных чисел.

5) $A = \{1\}$

- а) f сложение натуральных чисел,
 б) f умножение натуральных чисел.

6) $A = \{0, 1\}$

- а) f сложение целых чисел,
 б) f умножение целых чисел.

2. Укажите какие из следующих операций f являются алгебраическими на множестве $A = \{x \mid x \in \mathbf{R}, x > 0\}$, какие из алгебраических операций коммутативны, ассоциативны?

1) $afb = \frac{a+b}{2}$,

2) $afb = a + b - 1$,

3) $afb = ab^2$,

4) $afb = a^b$,

5) $afb = \sqrt{ab}$,

6) $afb = \log_a b$,

7) $afb = \max \{a, b\}$,

8) $afb = |a - b|$.

3. Доказать, что операция f на множестве N алгебраическая и ассоциативна, если:

1) $afb = \text{НОД}(a, b)$,

2) $afb = \text{НОК}(a, b)$,

3) $afb = \min \{a, b\}$,

4) $afb = a$,

5) $afb = 1$.

4. Указать, какие из следующих множеств относительно указанных операций f являются группами.

1) $A = \{x \mid x = 2^n, n \in \mathbf{Z}\}$, f – обычное умножение.

2) $A = \{x \mid x = 2^n, n \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}\}$, f – обычное умножение.

3) $A = \{x \mid a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbf{Z}, a^2 + b^2 \neq 0\}$, f – обычное умножение.

4) $A = \{x \mid a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbf{Q}, a^2 + b^2 \neq 0\}$, f – обычное умножение.

5) $A = \mathbf{Q} \setminus \{0\}$, f – обычное умножение.

6) $A = \{x \mid x \in \mathbf{Q}, x > 0\}$, f – обычное умножение.

7) $A = 2\mathbf{Z}$, f – обычное умножение.

8) $\left\{x \mid x = \frac{a}{7^k}, a \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{N}\right\}$, f – обычное умножение.

5. Доказать что каждое из следующих множеств с заданной операцией f (с помощью таблицы Кэли), является группой:

$$1. A = \{e, a\}$$

f	e	a
e	e	a
a	a	e

$$2. A = \{e, a, b\}$$

f	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	e
b	b	e	a

6. Доказать, что каждое из следующих числовых множеств с обычным сложением и умножением является кольцом (полем).

$$1) \mathbb{Z},$$

$$2) 2\mathbb{Z},$$

$$3) \mathbb{Q},$$

$$4) A = \{x \mid x = a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Z}\},$$

$$5) A = \{x \mid x = a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Q}\}.$$

7. Доказать, что множество $a = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ со следующими операциями сложения и умножения является коммутативным кольцом с единицей:

$$1) (a_1; b_1) + (a_2; b_2) = (a_1 + a_2; b_1 + b_2),$$

$$(a_1; b_1) \cdot (a_2; b_2) = (a_1 \cdot a_2; b_1 \cdot b_2),$$

$$2) (a_1; b_1) + (a_2; b_2) = (a_1 + a_2; b_1 + b_2),$$

$$(a_1; b_1) \cdot (a_2; b_2) = (a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2; a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1).$$

Указать в каждом из этих колец обратимые элементы. В кольце с делителем нуля найти все делители нуля.

8. Выписать все перестановки 1) трёх элементов, 2) четырёх элементов.

9. Найти число инверсий в следующей перестановке и указать четность перестановки:

$$2, 4, 6, \dots, 2n, 1, 3, 5, \dots, 2n-1.$$

10. Найти произведение подстановок:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}^3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-2}.$$

11. Найти подстановку X , если

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$2) X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

12. Найти частные и остатки при делении на 7 следующих чисел:

$$3, 5, 10, 35, 100, 0, -1, -7, -12, -50.$$

13. Найти частное и остатки при делении на -8 следующих чисел:

4, 6, 11, 32, 99, 0, -2, -15, -35.

14. Построить кольца $Z_{10}, Z_{12}, Z_{13}, Z_{15}, Z_{17}$. Указать в них:

- 1) для каждого элемента противоположный элемент;
- 2) указать все обратимые элементы и для каждого из них обратный элемент;
- 3) показать, что все обратимые элементы в данном кольце

мультипликативную группу;

- 4) указать среди перечисленных колец поля;
- 5) в каждом из указанных колец указать делители нуля.

15. Пусть $M = \left\{ x \mid x = \frac{a}{2^k}, a \in \mathbb{Z}, R \in \mathbb{N} \cup \{0\} \right\}$. Будет ли кольцом (полем) структура на M относительно обычных операций сложения и умножения вещественных чисел?

16. Доказать, что каждое из следующих числовых множеств с обычным сложением и умножением является кольцом:

- 1) $M = \{x \mid x = a + bi\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Z}\}$,
- 2) $M = \{x \mid x = a + bi, a, b \in 3\mathbb{Z}\}$,
- 3) $\left\{ x \mid x = \frac{a + bi\sqrt{3}}{2}, a \text{ и } b \text{ целые числа одинаковой чётности} \right\}$

Какие из этих колец содержат единицу? В таких кольцах укажите обратимые элементы.

17. Докажите, что каждое из следующих множеств матриц с обычным сложением и умножением является кольцом:

- 1) $M = \text{Mat}(n; \mathbb{Q})$
- 2). $M = \text{Mat}(n; \mathbb{R})$
- 3) $M = \text{Mat}(n; \mathbb{C})$
- 4). $M = \text{Mat}(n; \mathbb{Z})$
- 4) $M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z} \right\}$
- 5) $M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in 2\mathbb{Z} \right\}$
- 6) $M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in 3\mathbb{Z} \right\}$
- 7) $M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a & -\frac{3}{2}b \\ \frac{1}{2}b & \frac{1}{2}a \end{pmatrix}, a, b - \text{целые числа одинаковой чётности} \right\}$
- 8) $M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z} \right\}$
- 9) $M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}, a, b, c \in \mathbb{Z}_4 \right\}$.

Какие из этих колец коммутативны? Какие содержат единицу? В таких кольцах укажите обратимые элементы. В кольцах с делителем нуля найдите все делители нуля.

18. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{array}{lll}
 1) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \text{ в } Z_5 & 2) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \text{ в } Z_7, & 3) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \text{ в } Z_3. \\
 4) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \text{ в } Z_2. & 5) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases} \text{ в } Z_5.
 \end{array}$$

19. Доказать, что любая конечная циклическая группа порядка n изоморфна группе Z_n .

20. Доказать, что для конечной циклической группы обращение теоремы Лагранжа верно, т.е. если $n = |\langle a \rangle|$ и $n : k$, то существует подгруппа H группы $\langle a \rangle$ такая, что $|H| = k$.

21. Доказать, что отношение изоморфизма в классе всех групп является отношением эквивалентности.

22. Пусть $f : G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп. Доказать, что f - мономорфизм тогда и только тогда, когда $\text{Ker } f = \{1\}$ и f - эпиморфизм тогда и только тогда, когда $\text{Im } f = G'$.

23. Доказать, что если $f : G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп и H - подгруппа в группе G , то $f(H)$ является подгруппой в G' .

24. Доказать, что если $f : G \rightarrow G'$ - гомоморфизм группы G на группу G' и при этом G абелева, то и G' абелева. Верно ли обратное утверждение?

25. Доказать, что для произвольной подгруппы мультипликативной группы элементы, обратные к элементам левого смежного класса, образуют правый смежный класс.

26. Пусть $G = (GL_n(R), \cdot)$, $H = (SL_n(R), \cdot)$. Вычислить G/H .

27. Доказать, что множество R^* обратимых элементов кольца R с единицей является мультипликативной группой.

28. Доказать, что обратимый элемент кольца не может быть делителем нуля.

29. Доказать, что делителями нуля в кольце матриц над полем являются матрицы с нулевым определителем, и только они.

30. Доказать, что пересечение любого множества идеалов кольца R является идеалом того же кольца.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно - рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ».

Сопоставимость рейтинговых показателей студента по разным дисциплинам и балльно - рейтинговой системы оценки успеваемости студентов обеспечивается принятием единого механизма оценки знаний студентов, выраженного в баллах, согласно которому 100 баллов — это полное усвоение знаний по учебной дисциплине, соответствующее требованиям учебной программы.

Основными формами текущего контроля и промежуточной аттестации являются устные опросы группы во время практических занятий, реферат, контрольные работы, семестровое задание для самостоятельной работы и зачет с оценкой .

Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов, тестирование, обсуждение хода выполнения семестрового задания.

Итоговая оценка знаний студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – зачет), по следующей схеме:

Шкала оценок при 100-балльной системе за зачет с оценкой Оценка по 5-балльной системе Оценка по 100-балльной системе

Шкала оценок при 100-балльной системе за экзамен Оценка по 5-балльной системе			Оценка по 100-балльной системе
5	Отлично	о зачтен	81 — 100
4	Хорошо		61 — 80
3	Удовлетворитель но		41 — 60
2	Неудовлетворите льно	не зачтено	0 — 40

Учебный семестр:

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущую успеваемость (80 баллов) и оценки за зачет (20 баллов):

- 1) Посещение занятий – 2 балл.
За семестр – 36 баллов по числу занятий (лекции, практические).
 - 2) Устный опрос – 2 балла
Всего 18 по числу практических занятий
 - 3) Контрольная работа – 8 балла
Всего 16 баллов по числу работ
 - 4) Реферат – 4 балла.
 - 5) Выполнение заданий семестровой работы – 6 баллов.
 - 6) Зачет с оценкой – 20 баллов.
- Итого за учебный семестр – 100 баллов.

Критерии оценивания устного опроса

Если студент излагает материал последовательно и грамотно, делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 2 балла.

Если студент излагает материал неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 1 балл.

Если студент не раскрывает основного содержания учебного материала, демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя, то ему выставляется 0 баллов.

Критерии оценивания контрольной работы

Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 8 баллов.

Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 7 баллов.

Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 6 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 5 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты, то ему выставляется 4-1 балл (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 1 балл.

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 0 баллов.

Критерии оценивания рефератов

	Критерии
4 балла	Реферат по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, презентация адекватно отражает содержание реферата
3 балла	реферат по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, но нет презентации
2 балла	реферат по теме удовлетворяет требованиям на оценку в 3 баллов, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в реферате может быть недостаточно полно развернута аргументация
1 балл	неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить теорию в новой ситуации
0 баллов	не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя

Критерии оценивания семестрового задания

Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 6 баллов.

Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 5 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты, то ему выставляется 4-2 балл (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 1 балл.

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 0 баллов.

Критерии оценивания ответов студентов на зачете

Баллы	Критерии оценивания
19-20	студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки определений, теорем и свойств, грамотно проводит доказательства теорем и свойств, правильно, аргументировано ответил на все дополнительные к билету экзамена вопросы, привел примеры, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников, без ошибок выполнил практическое задание
15-18	студент хорошо ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, грамотно проводит доказательства теорем и свойств, правильно ответил на дополнительные к билету экзамена вопросы, привел некоторые примеры, без ошибок выполнил практическое задание
11-14	студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки некоторых определений, теорем и свойств, проводит доказательства теорем и свойств, ошибается при ответе на дополнительные к билету экзамена вопросы, привел некоторые примеры, без ошибок выполнил практическое задание
7-10	студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, ошибается при доказательствах теорем и свойств (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов), без ошибок выполнил практическое задание.
3-5	студент плохо ориентируется в теоретическом материале, допускает ошибки в формулировках основных определений, теорем и свойств, ошибается при доказательствах теорем и свойств (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов), допустил арифметическую ошибку в практическом задании.
1-2	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, приводит теоремы и свойства без доказательств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов)
0	студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач, не выполнил практическое задание.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. **Курош, А.Г.** Лекции по общей алгебре: учебник для вузов / А. Г. Курош. - 3-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 556с. – Текст: непосредственный.
2. **Курош, А.Г.** Курс высшей алгебры: учебник для вузов / А. Г. Курош. - 19-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 432с. – Текст: непосредственный.
3. **Пинчук, И.А.** Основные структуры алгебры: учеб. пособие для физ.-мат. фак. / И. А. Пинчук. - М. : МГОУ, 2016. - 64с. – Текст: непосредственный.
4. **Смолин Ю.Н.** Смолин Ю.Н., Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю.Н. Смолин - М. : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976500501.html> - (дата обращения 22.07.2019). – Режим доступа: для автоиз. Пользователей ЭБС Консультант студента. – Текст: электронный.

6.2. Дополнительная литература

1. **Фаддеев, Д.К.** Лекции по алгебре: Учеб. пособие для вузов / Д. К. Фаддеев. - 5-е изд ; стереотип. - СПб : Лань, 2007. - 416с. – Текст: непосредственный.
2. **Александров, П.С.** Введение в теорию множеств и общую топологию : учеб. пособие / П. С. Александров. - 2-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2010. - 368с.- Текст: непосредственный.
3. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов. ч.2. линейная алгебра / А. И. Кострикин. - 3-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 368с. – Текст: непосредственный.
4. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов . ч.1. основы алгебры / А. И. Кострикин. - 2-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2004. - 272с. – Текст: непосредственный.
5. **Кострикин А.И.** Введение в алгебру: учебник для вузов. ч.3. основ. структуры алгебры / А. И. Кострикин. - М. : Физ-мат. лит., 2000. - 272с. – Текст: непосредственный.
6. **Кострикин, А.И.** Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140> (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.
7. **Кострикин, А.И.** Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144> (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.
8. **Кострикин, А.И.** Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951> (дата обращения 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» . — Текст : электронный.

9. **Шилин И.А.** Алгебра: алгебраические структуры : учеб.пособие для матем.спец.пед.вузов / И. А. Шилин. - 2-е изд.,доп. - М. : Альфа, 2002. - 91с. – Текст: непосредственный.
10. Баврин, И.И. Математика: учебник для вузов / И. И. Баврин. - 10е изд.,стереотип. - М. : Академия, 2013. - 624с. – Текст: непосредственный.
11. Глухов, М.М. Алгебра : учебник / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-1961-6. — URL: <https://e.lanbook.com/book/67458> (дата обращения: 22.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань» . — Текст : электронный.
- 12.Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика. М.: 2004.
- 13.2. Арнольд В.И. Группы Эйлера и арифметика геометрических прогрессий. – М.: МЦНМО, 2003. – 44 с.
- 14.Арнольд В.И. Цепные дроби. – М.: МЦНМО, 2000. – 40 с.
- 15.Бахтурин Ю.А. Основные структуры современной алгебры, М., 1990.
- 16.Ленг С. Алгебра. М., Мир, 1968.
- 17.Скорняков Л.А. Элементы алгебры. М., Наука, 1980.
- 18.Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. М., Наука, 1979.
- 19.Верещагин Н.К., Шень А. Начала теории множеств, МЦНМО, 2002.
- 20.Джекобсон Н. Алгебры Ли, М., Мир, 1964.
- 21.Калужнин Л.А. Введение в общую алгебру. М.: Наука, 1993.
- 22.Колосов В.А. Теоремы и задачи алгебры, теории чисел и комбинаторики, М., «Гелиос АРВ», 2001.
- 23.Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры, М.: Наука, 1983.
- 24.Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру.М.: Мир, 1979.

6.3. программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. <http://www.alleng.ru>
2. <http://www.twirpx.com>
3. Научная электронная библиотека.
4. <http://elibrary.ru>
5. <http://www.znaniy.com>
6. <http://www.pedlib.ru>
7. <http://www.gnpbu.ru>
8. <http://www.rsl.ru/ru/s2/s101>
9. <http://lib.walla.ru>
10. <http://www.iqlib.ru>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.

3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных:

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;
- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.