

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffc70172807da5b7b5506c60a2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано

деканом факультета

« 29 » 05 2024 г.

/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки

03.03.02 Физика

Профиль:

Теоретическая и математическая физика

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета

Протокол « 29 » 05 2023 г. № 10

Председатель УМКом /Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, математического анализа и
геометрии

Протокол от « 26 » 05 2023 г. № 1

Зав. кафедрой /Кондратьева Г.В./

Мытищи
2023

Автор-составитель:

Кулешова Юлия Дмитриевна

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, математического анализа и геометрии ГУП

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 07.08.2020 г. № 891.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений в модуль «Дисциплины математического цикла» Блока 1 «Дисциплины (модули)», и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Объем и содержание дисциплины	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	7
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	8
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	18
7. Методические указания по освоению дисциплины	20
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	20
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	21

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются - изучение вероятностных моделей; алгебры событий; типов сходимости последовательностей независимых событий и независимых случайных величин; закона больших чисел; стохастической зависимости случайных величин.

Задачи дисциплины:

- знакомство студентов с основными понятиями теории вероятностей и математической статистики, закономерностями науки;
- формирование у студентов представлений о вероятности события, случайных величинах, законах распределения случайных величин;
- освоение навыков анализа результатов экспериментов средствами математической статистики, расчета числовых характеристик случайных величин, построения и проверки гипотез о виде законов распределения случайных величин.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ДПК-2 – Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений в модуль «Дисциплины математического цикла» Блока 1 «Дисциплины (модули)», и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин «Введение в высшую математику», «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплины «Математический анализ», «Векторный и тензорный анализ», «Теория функции действительного и комплексного переменного».

Компетенции, знания, навыки и умения, полученные в ходе изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», должны всесторонне использоваться и развиваться студентами:

- на всех этапах обучения в вузе при изучении дисциплин различных блоков, проведении научных исследований, выполнении контрольных домашних заданий, подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ;

- в ходе прохождения практики;
- в ходе дальнейшего обучения в магистратуре и аспирантуре;
- в процессе последующей профессиональной деятельности.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	5
Объем дисциплины в часах	180
Контактная работа	122,3
Лекции	60
Практические занятия	60
Из них в форме практической подготовки	60
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,3
Предэкзаменационная консультация	2
Экзамен	0,3
Самостоятельная работа	48
Контроль	9,7

Форма промежуточной аттестации: экзамен в 3 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием	Лекции	Практические занятия	
		Общее кол-во	Из них в форме практической подготовки
Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Опыт, событие. Элементарные и составные события. Совместные, несовместные события. Полная группа событий. Достоверное событие. Случаи (шансы). Случаи, благоприятные данному событию. Классическое определение вероятности. Основные свойства вероятности. Элементы комбинаторики и их применение к решению вероятностных задач. Частота события.	4	4	4
Тема 2. Статистические и геометрические методы вычисления вероятностей. Закон устойчивости частот. Статистическое определение вероятности события. Статистический и геометрический методы вычисления вероятностей.	4	4	4
Тема 3. Алгебра событий. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	4	4	4

Теоремы сложения и умножения. Сумма (объединение) событий. Произведение (пересечение) событий. Эквивалентные события. Противоположные события. Обобщенная теорема сложения вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.			
Тема 4. Последовательность независимых испытаний. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Биноминальное распределение вероятностей. Наивероятнейшее число наступления события. Обобщенная формула Бернулли.	4	4	4
Тема 5. Асимптотические формулы. Закон Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа. Закон Пуассона. Локальная и интегральная теорема Муавра-Лапласа. Задача об оценке вероятности по частоте.	4	4	4
Тема 6. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Исторические факты. Поле событий. δ -алгебра событий. Вероятностное пространство.	4	4	4
Тема 7. Случайные величины. Понятие случайной величины. Виды случайных величин. Закон распределения случайной величины. Ряд распределения. Многоугольник распределения. Функции распределения случайной величины. Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал.	4	4	4
Тема 8. Характеристики положения случайной величины. Характеристики положения случайной величины, их роль и назначение. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.	4	4	4
Тема 9. Характеристики рассеивания случайной величины. Целесообразность введения характеристик рассеивания случайной величины. Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение. Понятие о моментах распределения. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение среднего арифметического одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин. Характеристическая случайная величина и ее числовые характеристики.	4	4	4
Тема 10. Законы распределения некоторых случайных величин и их числовые характеристики. Биноминальный закон распределения, закон распределения Пуассона, закон распределения Паскаля. Закон равномерного распределения. Нормальное распределение (распределение Гаусса). Влияние параметров нормального распределения на форму кривой распределения. Вероятность попадания в заданный интервал нормально распределенной случайной величины. Вероятность заданного отклонения. Правило трех сигм. Понятие о предельной теореме Ляпунова.	4	4	4
Тема 11. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы Чебышева. Теорема Бернулли.	4	4	4

Тема 12. Система случайных величин. Понятие векторной случайной величины. Закон распределения системы случайных величин. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины. Функции распределения двумерной случайной величины. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник. Зависимые и независимые случайные величины. Необходимое и достаточное условие независимости случайных величин.	8	8	8
Тема 13. Условные законы распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Элементы теории корреляции. Условные законы распределения составляющих системы случайных величин. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Элементы теории корреляции. Линейная корреляция и ее параметры. Коэффициент регрессии и коэффициент корреляции, оценки их по выборочным данным.	8	8	8
Итого:	0	60	60

ПРАКТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Тема	Задание на практическую подготовку	количество часов
Тема 1. Основные понятия теории вероятностей.	Разработать задачи по темам: «Совместные, несовместные события», «Полная группа событий», «Достоверное событие», «Случаи, благоприятные данному событию», «Элементы комбинаторики»	4
Тема 2. Статистические и геометрические методы вычисления вероятностей.	Разработать задачи по темам: «Закон устойчивости частот», «Статистическое определение вероятности события», «Статистический и геометрический методы вычисления вероятностей».	4
Тема 3. Алгебра событий. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	Разработать задачи по темам: «Теоремы сложения и умножения», «Сумма (объединение) событий», «Произведение (пересечение) событий», «Эквивалентные события», «Противоположные события». «Обобщенная теорема сложения вероятностей», «Теорема умножения вероятностей», «Формула полной вероятности», «Формула Байеса».	4
Тема 4. Последовательность независимых испытаний.	Разработать задачи по темам: Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Биноминальное распределение вероятностей. Наивероятнейшее число наступления события. Обобщенная формула Бернулли.	4
Тема 5. Асимптотические формулы. Закон Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа.	Разработать задачи по темам: «Закон Пуассона», «Локальная и интегральная теорема Муавра-Лапласа», «Задача об оценке вероятности по частоте».	4

Тема 6. Аксиоматическое построение теории вероятностей.	Разработать задачи по темам: «Поле событий», « δ -алгебра событий», «Вероятностное пространство».	4
Тема 7. Случайные величины.	Разработать задачи по темам: «Закон распределения случайной величины», «Ряд распределения», «Многоугольник распределения», «Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал».	4
Тема 8. Характеристики положения случайной величины.	Разработать задачи по темам: «Математическое ожидание».	4
Тема 9. Характеристики рассеивания случайной величины.	Разработать задачи по темам: «Дисперсия», «Среднее квадратическое отклонение», «Математическое ожидание», «Среднее квадратическое отклонение среднего арифметического одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин».	4
Тема 10. Законы распределения некоторых случайных величин и их числовые характеристики.	Разработать задачи по темам: «Биноминальный закон распределения», «Закон распределения Пуассона», «Закон распределения Паскаля», «Закон равномерного распределения», «Нормальное распределение (распределение Гаусса)», «Правило трех сигм».	4
Тема 11. Закон больших чисел.	Разработать задачи по темам: «Неравенство Чебышева», «Теорема Чебышева», «Теорема Бернулли».	4
Тема 12. Система случайных величин.	Разработать задачи по темам: «Закон распределения системы случайных величин», «Закон распределения двумерной дискретной случайной величины», «Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник», «Зависимые и независимые случайные величины».	8
Тема 13. Условные законы распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Элементы теории корреляции.	Разработать задачи по темам: «Условные законы распределения составляющих системы случайных величин», «Числовые характеристики системы двух случайных величин», «Линейная корреляция», «Коэффициент регрессии и коэффициент корреляции».	8

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол -во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Тема 1. Основные	Опыт. События. Виды событий.	8	Работа с	Рекомендуемая	Индивиду

понятия теории вероятностей	Случаи. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Частота. Статистические и геометрические методы вычисления вероятностей.		литературой. Решение задач. Методика изучения вопросов в школе	литература. Ресурсы Интернет.	дualные домашние задания
Тема 2. Биномиальное распределение	Схема испытаний Бернулли. Биномиальное распределение вероятностей. Бином Ньютона. Формула Бернулли. Формула наивероятнейшего появления события.	8	Работа с литературой. Подготовка к контрольной работе	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Контрольная работа
Тема 3. Случайные величины	Понятие случайных величин. Виды случайных величин. Законы распределения случайных величин. Ряд распределения. Функции распределения. Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал.	8	Работа с литературой. Изучение случайных величин в школьном курсе математики. Задания для самостоятельного решения.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Контрольная работа
Тема 4. Одинаково распределенные случайные величины	Одинаково распределенные случайные величины, их числовые характеристики.	8	Работа с литературой. Решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Опрос.
Тема 5. Нормальное распределение. Функции распределения двумерной системы	Нормальное распределение. Кривая Гаусса. Вероятность попадания в заданный интервал нормального распределения случайной величины. Правило 3 сигм. Система случайных величин. Законы распределения системы. Функции распределения двумерной системы. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник. Зависимые и независимые случайные величины	8	Работа с литературой. Практическое применение изучаемого материала. Решение задач. Подготовка к контрольной работе.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Индивидуальные домашние задания; тест
Тема 6. Условные законы распределения	Условные законы распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Элементы теории корреляции.	8	Работа с литературой. Решение задач	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Контрольная работа
Итого		48			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
--------------------------------	--------------------

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: -концептуальные содержательные идеи теории вероятностей и математической статистики, идейные и логические связи понятий и фактов; -современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; -значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: -демонстрировать глубокое знание основных разделов теории вероятностей и математической статистики; -пользоваться языком математики; -логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения; -уметь решать математические задачи, аналогичные, ранее изученным, но более высокого уровня сложности; -демонстрировать способность и умение логически развивать отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними; -уметь представлять математические утверждения и их доказательства как в	Опрос, домашнее задание, тест, контрольная работа	Шкала оценивания опроса Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания теста Шкала оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
			письменной, так и устной форме; -демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: -концептуальные содержательные идеи теории вероятностей и математической статистики, идейные и логические связи понятий и фактов теории вероятностей и математической статистики; -современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; Уметь: -строить модели реальных объектов или процессов; -профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; -применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеть: -навыками анализа математических проблем.	Опрос, домашнее задание, тест, контрольная работа, практическая подготовка	Шкала оценивания опроса Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания теста Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания практической подготовки

Шкала оценивания практической подготовки.

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	5
средняя активность на практической подготовке	2
низкая активность на практической подготовке	0

Шкала оценивания домашнего задания.

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	1
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	1
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	1
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые	1-2

таблицы и схемы	
-----------------	--

Шкала оценивания работы студентов на практических занятиях во время проведения опросов.

Шкала	Показатели степени обученности
0,5 балл	Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под диктовку, переписывал с доски и т.п. Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.
1 балла	Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание). Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.
1,5 баллов	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.
2 балла	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.

Шкала оценивания теста.

Показатель	баллы
Выполнено до 40% заданий	0-4
Выполнено 41-60% заданий	5-6
Выполнено 61-80% заданий	7-8
Выполнено более 81% заданий	9-10

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	баллы
------------	-------

Выполнено до 40% заданий	0-4
Выполнено 41-60% заданий	5-6
Выполнено 61-80% заданий	7-8
Выполнено более 81% заданий	9-10

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Задания для практической подготовки.

1. Разработать задачи по темам: «Совместные, несовместные события», «Полная группа событий», «Достоверное событие», «Случай, благоприятные данному событию», «Элементы комбинаторики»
2. Разработать задачи по темам: «Закон устойчивости частот», «Статистическое определение вероятности события», «Статистический и геометрический методы вычисления вероятностей».
3. Разработать задачи по темам: «Теоремы сложения и умножения», «Сумма (объединение) событий», «Произведение (пересечение) событий», «Эквивалентные события», «Противоположные события». «Обобщенная теорема сложения вероятностей», «Теорема умножения вероятностей», «Формула полной вероятности», «Формула Байеса».
4. Разработать задачи по темам: Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Биномиальное распределение вероятностей. Наивероятнейшее число наступления события. Обобщенная формула Бернулли.
5. Разработать задачи по темам: «Закон Пуассона», «Локальная и интегральная теорема Муавра-Лапласа», «Задача об оценке вероятности по частоте».
6. Разработать задачи по темам: «Поле событий», « σ - алгебра событий», «Вероятностное пространство».
7. Разработать задачи по темам: «Закон распределения случайной величины», «Ряд распределения», «Многоугольник распределения», «Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал».
8. Разработать задачи по темам: «Математическое ожидание».
9. Разработать задачи по темам: «Дисперсия», «Среднее квадратическое отклонение». «Математическое ожидание», «Среднее квадратическое отклонение среднего арифметического одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин».

10. Разработать задачи по темам: «Биномиальный закон распределения», «Закон распределения Пуассона», «Закон распределения Паскаля», «Закон равномерного распределения», «Нормальное распределение (распределение Гаусса)», «Правило трех сигм».
11. Разработать задачи по темам: «Неравенство Чебышева», «Теорема Чебышева», «Теорема Бернулли».
12. Разработать задачи по темам: «Закон распределения системы случайных величин», «Закон распределения двумерной дискретной случайной величины», «Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник», «Зависимые и независимые случайные величины».
13. Разработать задачи по темам: «Условные законы распределения составляющих системы случайных величин», «Числовые характеристики системы двух случайных величин», «Линейная корреляция», «Коэффициент регрессии и коэффициент корреляции».

Примерный список вопросов к экзамену:

1. Случайные события. Соотношения между случайными событиями.
2. Классическое определение вероятности события.
3. Статистические закономерности. Статистическое определение вероятности события. Частота появления события.
4. Элементы комбинаторики и их применение к решению вероятностных задач.
5. Геометрические вероятности.
6. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
7. Формула полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Аксиоматическое построение теории вероятностей.
10. Вычисление вероятности появления события m раз при повторных независимых испытаниях. (Формула Бернулли; закон Пуассона; теорема Муавра-Лапласа без доказательства).
11. Формула наивероятнейшего числа появления события при n независимых испытаниях.
12. Определение случайной величины; виды случайных величин (примеры).
13. Ряд распределения случайной величины. Многоугольник распределения.
14. Функции распределения случайной величины.
15. Числовые характеристики случайной величины.
16. Закон распределения случайной величины («биномиальный» Паскаля, Пуассона, равномерный, нормальный).
17. Вероятность попадания случайной величины на заданный числовой промежуток.
18. Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от своего математического ожидания.

19. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
20. Неравенство Чебышева.
21. Закон больших чисел (т. Чебышева, т. Бернулли).
22. Понятие о центральной предельной теореме.
23. Система случайных величин. Законы распределения системы случайных величин.
24. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики.
25. Числовые характеристики системы случайных величин.
26. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.
27. Основные понятия математической статистики.
28. Задача оценки параметров статистики. Оценки для дисперсии и математического ожидания.
29. Доверительный интервал. Доверительная вероятность. Задача об оценке вероятности по частоте.
30. Метод наибольшего правдоподобия для нахождения оценок параметров.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Задание № 1.

На пяти одинаковых карточках написаны буквы: на двух карточках Л, на трех остальных И. Выкладываем наудачу эти карточки подряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «ЛИЛИИ»?

Задание № 2.

Ткачиха обслуживает 3 станка. Вероятности того, что в течение часа станок не потребует внимания, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Составить закон распределения для числа станков, потребовавших внимания в течение часа. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Построить функцию распределения.

Задание № 3.

В среднем левши составляют 1%. Какова вероятность того, что среди 200 студентов найдется:

- а) ровно 4 левши;
- б) не менее чем 4 левши.

Контрольная работа №2

Задача №1

В магазин поставляют изделия две фабрики. В продукции первой из них 90% стандартных изделий, второй – 80%. Известно, что во всей стандартной продукции магазина количество изделий фабрик относятся как 27 : 8. Изделие, отобранное случайным образом из всей продукции, оказалось нестандартным. Найти вероятность, что оно изготовлено на второй фабрике.

Задача №2

Каждый выстрел в тире стоит 2 руб., за каждое попадание в цель выплачивается вознаграждение – 3 руб. Стрелок произвел 6 выстрелов. Какова вероятность, что он останется в выигрыше, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7?

Задача №3

Вероятность того, что стиральная машина потребует ремонта в течение гарантийного срока равна 0,01. Найти вероятность того, что из 500 стиральных машин в течение гарантийного срока потребуют ремонта:

- а) три машины;
- б) не менее одной машины.

Примерный вариант теста

1. На экзамене 40 вопросов, Коля не выучил 4 из них. Какова вероятность того, что ему попадется выученный вопрос?

- 0,9
- 1,0
- 0,5
- 1,5

2. В фирме такси в данный момент свободно 35 машин: 11 красных, 17 фиолетовых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

- 0,6
- 0,2
- 1,75
- 2,2

3. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

- 0,06
- 1,25
- 0,7
- 1,9

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

- 0,055
- 0,63
- 0,66
- 0,625

5. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 75 докладов — в первый день 27 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова

вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

- 0,32
- 2,68
- 0,36
- 0,55

5. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелка равны 0,7 и 0,4 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок равна...

- 0,4
- 0,11
- 0,82
- 0,72

6. Разрыв электрической цепи может произойти вследствие выхода из строя элемента А или двух элементов В и С, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2 и 0,2. Вероятность разрыва электрической цепи равна...

- 0,7
- 0,325
- 0,012
- 0,425

7. Детали изготавливаются на двух станках. На первом станке — 40 %, на втором — 60%. Среди деталей, изготовленных на первом станке, брак составляет 2%, на втором 1,5%. Вероятность того, что взятая случайным образом деталь для контроля бракованная равна...

- 0,017
- 0,035
- 0,983
- 0,48

Примерные вопросы для проведения опроса

1. Доказательство теорем сложения вероятностей двух и трех совместных событий.
2. Вывод формулы полной вероятности. Вероятность появления хотя бы одного события (вывод).
3. Доказательство интегральной теоремы Лапласа.
4. Доказательство теоремы Пуассона.
5. Наивероятнейшее число появлений события в схеме Бернулли (вывод).
Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
6. Доказательство свойств функции распределения. Доказательство свойств функции плотности вероятностей и ее вероятностный смысл.

7. Числовые характеристики основных законов распределения непрерывных случайных величин: равномерного, показательного и нормального (вывод).
8. Доказательство свойств функции распределения и функции плотности вероятностей двумерной случайной величины.
9. Доказательство леммы Маркова и неравенства Чебышева.
10. Доказательство теорем Чебышева и теоремы Бернулли.

Примеры задач для индивидуальных домашних заданий

Основные понятия классической теории вероятностей

Классическое определение вероятности

1. В урне тысяча лотерейных билетов с номерами от 1 до 1000. Найти вероятность того, что номер наудачу вынутого билета: а) четный; б) нечетный; в) < 100 ; г) < 1000 .

Теоремы сложения и умножения

2. Три фирмы выполняют один и тот же заказ. Вероятность того, что первая фирма выполнит заказ в срок 0.75, вторая — 0.8, третья — 0.9, по отдельности. Определить вероятность того, что: а) одновременно первая и вторая выполнят заказ, а третья не успеет; б) все три одновременно не выполнят заказ в срок.

Применение комбинаторики

3. В клетке 30 попугаев: 20 говорящих и 10 неговорящих. Наудачу выбирают 4 попугая. Какова вероятность того, что среди них трое будут говорящих?

Полная вероятность. Повторение испытаний

Полная вероятность. Формула Байеса.

4. Вероятность того, что змея умрет в первом террариуме = $1/5$, во втором террариуме = $1/7$, в третьем террариуме = $1/4$. Змею поместили в один из террариумов. Какова вероятность выжить?

5. В условиях предыдущей задачи змея умерла. Какова вероятность, что она умерла в третьем террариуме? Схема Бернулли.

6. 7% австралийцев — бушмены. Какова вероятность того, что среди 4 австралийцев будет хотя бы 1 бушмен?

7. 9% жителей Техаса — индейцы. Какова вероятность, что среди 1000 техасцев индейцев будет: а) 70, б) от 60 до 95.

Случайные величины

8. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

		0	0
	,2	,54	,61
		0	0

	,1	,5	,4
--	----	----	----

$$9. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ A\left(x + \frac{x^3}{3}\right) + B, & 3 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

Найти $A, B, \sigma, P(2 < X < 7)$.

10. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание $M(X)$; 3) дисперсию $D(X)$; 4) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$; 5) построить графики функций $F(x), f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{4}, & 0 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: устный опрос, прохождение теста, выполнение контрольной работы, выполнение индивидуального домашнего задания, практическая подготовка.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение теста обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение контрольной работы обучающийся может набрать максимально - 20 баллов.

За выполнение индивидуального домашнего задания обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях

Шкала оценивания экзамена

Количество баллов	Критерии оценивания
-------------------	---------------------

26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе		Оценка по стобалльной системе
5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Рассудовская М.М. Математика. Теория вероятностей [Текст] : учеб.пособие для вузов / М. М. Рассудовская. - М. : МГОУ, 2013. - 59с.
2. Рассудовская М.М. Математика. Теория вероятностей [Текст] : учебно-методическое пособие : в 2-х ч. ч.2. случайные величины / М. М. Рассудовская. - М. : МГОУ, 2017. - 48с.
3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510437> (дата обращения: 06.06.2023).

6.2. Дополнительная литература

1. Андрухаев, Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач : учебное пособие для вузов / Х. М. Андрухаев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 177 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8599-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513227> (дата обращения: 06.06.2023).
2. Баврин И.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник. — М.: Высш.шк., 2005. — 160 с.
3. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. — 3-е изд., стер. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. - 472 с. - ISBN 978-5-394-03595-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1093507> (дата обращения: 06.06.2023). — Режим доступа: по подписке.
4. Булинский, А. В. Теория случайных процессов/Булинский А.В., Ширяев А.Н. - Москва : Физматлит, 2005. - 400 с.: ISBN 978-5-9221-0335-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544606> (дата обращения: 06.06.2023). — Режим доступа: по подписке.
5. Буняковский В.Я. Основания математической теории вероятностей. М.: Книга по требованию, 2012. — 495 с.
6. Буре В.М., Парилина Е.М., Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. — М.: Лань, 2013. — 416 с.
7. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебное пособие/ 5-е изд., стер. — М.: КНОРУС, 2013. - 448 с.
8. Виленкин Н.Я., Потапов В.Г. Задачник практикум по теории вероятностей с элементами комбинаторики и математической статистики. М.: Просвещение, 1979. — 114 с.
9. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510436> (дата обращения: 06.06.2023).
10. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В., Сиротин А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 232 с.
11. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., доп. - М. : ЮНИТИ, 2007. - 551с. — Текст: непосредственный.
12. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. —

- Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517540> (дата обращения: 06.06.2023).
13. Лифшиц, М. А. Случайные процессы — от теории к практике : учебное пособие для вузов / М. А. Лифшиц. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 308 с. — ISBN 978-5-8114-9833-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/200411> (дата обращения: 06.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
14. Палий И.А. Введение в теорию вероятностей: учеб. пособие для вузов / И. А. Палий. - М. : Высш.шк., 2005. - 175с. — Текст: непосредственный.
15. Палий И.А. Задачник по теории вероятностей. М.: Наука, 2005. — 240 с.
16. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Айрис-пресс, 2004. — 256 с.
17. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под редакцией А. М. Попова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 434 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14870-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510616> (дата обращения: 06.06.2023).
18. Прохоров, Ю. В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : учебник и практикум для вузов / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10807-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511004> (дата обращения: 06.06.2023).
19. Солодовников А.С. Теория вероятностей: учеб. пособие для пед.ин-тов / А. С. Солодовников. - М. : Просвещение, 1983. - 207с. — Текст: непосредственный.
20. Хрущева, И. В. Основы математической статистики и теории случайных процессов : учебное пособие / И. В. Хрущева, В. И. Щербаков, Д. С. Леванова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 336 с. — ISBN 978-5-8114-0914-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210386> (дата обращения: 06.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
21. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей, 5-е изд. М.: Агар, 2000. — 256 с.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.alleng.ru>

2. <http://www.twirpx.com>
3. Научная электронная библиотека.
4. <http://elibrary.ru>
5. <http://www.znaniy.com>
6. <http://www.pedlib.ru>
7. <http://www.gnpbu.ru>
8. <http://www.rsl.ru/ru/s2/s101>
9. <http://lib.walla.ru>
10. <http://www.iqlib.ru>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы бакалавров
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования

pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации

www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.

.