

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bfe0e3a03b070c0d9e7

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «9» февраля 2023 г., № 6

Зав. кафедрой Кондратьева Г. В. /Кондратьева Г. В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки (специальности) 03.03.02 Физика

Профиль (программа подготовки, специализация) Фундаментальная физика

Мытищи
2023

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы¹

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
<i>ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности</i>	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания²

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этапы формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать: концептуальные содержательные идеи теории вероятностей и математической статистики, идейные и логические связи понятий и фактов; современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: демонстрировать глубокое знание основных разделов теории вероятностей и математической статистики; пользоваться языком математики; логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения; уметь решать математические задачи, аналогичные, ранее изученным, но более высокого уровня сложности; демонстрировать способность и умение логически развивать	Опрос, домашнее задание, тест, контрольная работа	Шкала оценивания опроса Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания теста Шкала оценивания контрольной работы

¹ Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

² Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

			отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними; уметь представлять математические утверждения и их доказательства как в письменной, так и устной форме; демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами		
	Продвинутый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать: концептуальные содержательные идеи теории вероятностей и математической статистики, идейные и логические связи понятий и фактов; современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Уметь: демонстрировать глубокое знание основных разделов теории вероятностей и математической статистики; пользоваться языком математики; логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения; уметь решать математические задачи, аналогичные, ранее изученным, но более высокого уровня сложности; демонстрировать способность и умение логически развивать отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними; уметь представлять математические утверждения и их доказательства как в письменной, так и устной форме; демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами Владеть: навыками анализа математических проблем.	Тестовое задание, дискуссия, доклад, презентация	Шкала оценивания тестового задания Шкала оценивания дискуссии и Шкала оценивания доклада Шкала оценивания презентации

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания практической подготовки.

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	5
средняя активность на практической подготовке	2
низкая активность на практической подготовке	0

Шкала оценивания домашнего задания.

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	1
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	1
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	1
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	1-2

Шкала оценивания работы студентов на практических занятиях во время проведения опросов.

Шкала	Показатели степени обученности
0,5 балл	Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под диктовку, переписывал с доски и т.п. Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.
1 балла	Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание). Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.
1,5 баллов	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.
2 балла	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.

Шкала оценивания теста.

Показатель	баллы
Выполнено до 40% заданий	0-4
Выполнено 41-60% заданий	5-6
Выполнено 61-80% заданий	7-8
Выполнено более 81% заданий	9-10

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	баллы
Выполнено до 40% заданий	0-4
Выполнено 41-60% заданий	5-6
Выполнено 61-80% заданий	7-8
Выполнено более 81% заданий	9-10

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности

Знать: концептуальные содержательные идеи теории вероятностей и математической статистики, идейные и логические связи понятий и фактов; современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на пороговом уровне³

Примерный вариант тестирования.

1. На экзамене 40 вопросов, Коля не выучил 4 из них. Какова вероятность того, что ему попадет выученный вопрос?
- 0,9
- 1,0

³ Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

- 0,5

- 1,5

2. В фирме такси в данный момент свободно 35 машин: 11 красных, 17 фиолетовых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

- 0,6

- 0,2

- 1,75

- 2,2

3. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

- 0,06

- 1,25

- 0,7

- 1,9

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

- 0,055

- 0,63

- 0,66

- 0,625

5. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 75 докладов — в первый день 27 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

- 0,32

- 2,68

- 0,36

- 0,55

5. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелка равны 0,7 и 0,4 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок равна...

- 0,4

- 0,11

- 0,82

- 0,72

6. Разрыв электрической цепи может произойти вследствие выхода из строя элемента А или двух элементов В и С, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2 и 0,2. Вероятность разрыва

электрической цепи равна...

- 0,7
- 0,325
- 0,012
- 0,425

7. Детали изготавливаются на двух станках. На первом станке — 40 %, на втором — 60%. Среди деталей, изготовленных на первом станке, брак составляет 2%, на втором 1,5%. Вероятность того, что взятая случайным образом деталь для контроля бракованная равна...

- 0,017
- 0,035
- 0,983
- 0,48

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

Примерные вопросы для проведения опроса

1. Доказательство теорем сложения вероятностей двух и трех совместных событий.
2. Вывод формулы полной вероятности. Вероятность появления хотя бы одного события (вывод).
3. Доказательство интегральной теоремы Лапласа.
4. Доказательство теоремы Пуассона.
5. Наивероятнейшее число появлений события в схеме Бернулли (вывод). Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
6. Доказательство свойств функции распределения. Доказательство свойств функции плотности вероятностей и ее вероятностный смысл.
7. Числовые характеристики основных законов распределения непрерывных случайных величин: равномерного, показательного и нормального (вывод).
8. Доказательство свойств функции распределения и функции плотности вероятностей двумерной случайной величины.
9. Доказательство леммы Маркова и неравенства Чебышева.
10. Доказательство теорем Чебышева и теоремы Бернулли.

Уметь: демонстрировать глубокое знание основных разделов теории вероятностей и математической статистики; пользоваться языком математики; логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения; уметь решать математические задачи, аналогичные, ранее изученным, но более высокого уровня сложности; демонстрировать способность и умение

логически развивать отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними; уметь представлять математические утверждения и их доказательства как в письменной, так и устной форме; демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на пороговом уровне⁴

Примеры задач для индивидуальных домашних заданий

Основные понятия классической теории вероятностей

Классическое определение вероятности

1. В урне тысяча лотерейных билетов с номерами от 1 до 1000. Найти вероятность того, что номер наудачу вынутого билета: а) четный; б) нечетный; в) <100 ; г) <1000 .

Теоремы сложения и умножения

2. Три фирмы выполняют один и тот же заказ. Вероятность того, что первая фирма выполнит заказ в срок 0.75, вторая — 0.8, третья — 0.9, по отдельности. Определить вероятность того, что: а) одновременно первая и вторая выполнят заказ, а третья не успеет; б) все три одновременно не выполнят заказ в срок.

Применение комбинаторики

3. В клетке 30 попугаев: 20 говорящих и 10 неговорящих. Наудачу выбирают 4 попугая. Какова вероятность того, что среди них трое будут говорящих?

Полная вероятность. Повторение испытаний

Полная вероятность. Формула Байеса.

4. Вероятность того, что змея умрет в первом террариуме = $1/5$, во втором террариуме = $1/7$, в третьем террариуме = $1/4$. Змею поместили в один из террариумов. Какова вероятность выжить?

5. В условиях предыдущей задачи змея умерла. Какова вероятность, что она умерла в третьем террариуме? Схема Бернулли.

6. 7% австралийцев — бушмены. Какова вероятность того, что среди 4 австралийцев будет хотя бы 1 бушмен?

7. 9% жителей Техаса — индейцы. Какова вероятность, что среди 1000 техасцев

⁴ Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

индейцев будет: а) 70, б) от 60 до 95.

Случайные величины

8. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

X	0,2	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

$$9. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ A \left(x + \frac{x^3}{3} \right) + B, & 3 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

Найти $A, B, \sigma, P(2 < X < 7)$.

10. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание $M(X)$; 3) дисперсию $D(X)$; 4) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$; 5) построить графики функций $F(x), f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{4}, & 0 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Задание № 1.

На пяти одинаковых карточках написаны буквы: на двух карточка Л, на трех остальных И. Выкладываем наудачу эти карточки подряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «ЛИЛИИ»?

Задание № 2.

Ткачиха обслуживает 3 станка. Вероятности того, что в течение часа станок не потребует внимания, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Составить закон распределения для числа станков, потребовавших внимания в течение часа. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Построить функцию распределения.

Задание № 3.

В среднем левши составляют 1%. Какова вероятность того, что среди 200 студентов найдется:

- а) ровно 4 левши;
- б) не менее чем 4 левши.

Контрольная работа №2

Задача №1

В магазин поставляют изделия две фабрики. В продукции первой из них 90% стандартных изделий, второй – 80%. Известно, что во всей стандартной продукции магазина количество изделий фабрик относятся как 27 : 8. Изделие, отобранное случайным образом из всей продукции, оказалось нестандартным. Найти вероятность, что оно изготовлено на второй фабрике.

Задача №2

Каждый выстрел в тире стоит 2 руб., за каждое попадание в цель выплачивается вознаграждение – 3 руб. Стрелок произвел 6 выстрелов. Какова вероятность, что он останется в выигрыше, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7?

Задача №3

Вероятность того, что стиральная машина потребует ремонта в течение гарантийного срока равна 0,01. Найти вероятность того, что из 500 стиральных машин в течение гарантийного срока потребуют ремонта:

- а) три машины;
- б) не менее одной машины.

Владеть: навыками анализа математических проблем.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ОПК-3 на продвинутом уровне

Задания для практической подготовки.

1. Разработать задачи по темам: «Совместные, несовместные события», «Полная группа событий», «Достоверное событие», «Случай, благоприятные данному событию», «Элементы комбинаторики»
2. Разработать задачи по темам: «Закон устойчивости частот», «Статистическое определение вероятности события», «Статистический и геометрический методы вычисления вероятностей».
3. Разработать задачи по темам: «Теоремы сложения и умножения», «Сумма (объединение) событий», «Произведение (пересечение) событий», «Эквивалентные события», «Противоположные события». «Обобщенная теорема сложения вероятностей», «Теорема умножения вероятностей»,

«Формула полной вероятности», «Формула Байеса».

4. Разработать задачи по темам: Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Биноминальное распределение вероятностей. Наивероятнейшее число наступления события. Обобщенная формула Бернулли.
5. Разработать задачи по темам: «Закон Пуассона», «Локальная и интегральная теорема Муавра-Лапласа», «Задача об оценке вероятности по частоте».
6. Разработать задачи по темам: «Поле событий», « - алгебра событий», «Вероятностное пространство».
7. Разработать задачи по темам: «Закон распределения случайной величины», «Ряд распределения», «Многоугольник распределения», «Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал».
8. Разработать задачи по темам: «Математическое ожидание».
9. Разработать задачи по темам: «Дисперсия», «Среднее квадратическое отклонение». «Математическое ожидание», «Среднее квадратическое отклонение среднего арифметического одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин».
10. Разработать задачи по темам: «Биноминальный закон распределения», «Закон распределения Пуассона», «Закон распределения Паскаля», «Закон равномерного распределения», «Нормальное распределение (распределение Гаусса)», «Правило трех сигм».
11. Разработать задачи по темам: «Неравенство Чебышева», «Теорема Чебышева», «Теорема Бернулли».
12. Разработать задачи по темам: «Закон распределения системы случайных величин», «Закон распределения двумерной дискретной случайной величины», «Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник», «Зависимые и независимые случайные величины».
13. Разработать задачи по темам: «Условные законы распределения составляющих системы случайных величин», «Числовые характеристики системы двух случайных величин», Линейная корреляция», «Коэффициент регрессии и коэффициент корреляции».

Промежуточная аттестация

ДПК-2. Способен квалифицированно толковать правовые акты, в том числе в ситуациях наличия пробелов и коллизий норм прав

Знать: концептуальные содержательные идеи теории вероятностей и математической статистики, идейные и логические связи понятий и фактов; современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и

информатики и перспективные направления развития современной науки; значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира.

Уметь: демонстрировать глубокое знание основных разделов теории вероятностей и математической статистики; пользоваться языком математики; логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения; уметь решать математические задачи, аналогичные, ранее изученным, но более высокого уровня сложности; демонстрировать способность и умение логически развивать отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними; уметь представлять математические утверждения и их доказательства как в письменной, так и устной форме; демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами.

Владеть: навыками анализа математических проблем.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2

Примерный список вопросов к экзамену:

- 1.Случайные события. Соотношения между случайными событиями.
- 2.Классическое определение вероятности события.
- 3.Статистические закономерности. Статистическое определение вероятности события. Частота появления события.
- 4.Элементы комбинаторики и их применение к решению вероятностных задач.
- 5.Геометрические вероятности.
- 6.Теоремы сложения и умножения вероятностей.
- 7.Формула полной вероятности.
- 8.Формула Байеса.
- 9.Аксиоматическое построение теории вероятностей.
- 10.Вычисление вероятности появления события m раз при повторных независимых испытаниях. (Формула Бернулли; закон Пуассона; теорема Муавра-Лапласа без доказательства).
- 11.Формула наивероятнейшего числа появления события при n независимых испытаниях.
- 12.Определение случайной величины; виды случайных величин (примеры).
- 13.Ряд распределения случайной величины. Многоугольник распределения.
- 14.Функции распределения случайной величины.
- 15.Числовые характеристики случайной величины.
- 16.Закон распределения случайной величины («биномиальный» Паскаля, Пуассона, равномерный, нормальный).
- 17.Вероятность попадания случайной величины на заданный числовой промежуток.
- 18.Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от своего математического ожидания.

19. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
20. Неравенство Чебышева.
21. Закон больших чисел (т. Чебышева, т. Бернулли).
22. Понятие о центральной предельной теореме.
23. Система случайных величин. Законы распределения системы случайных величин.
24. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики.
25. Числовые характеристики системы случайных величин.
26. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.
27. Основные понятия математической статистики.
28. Задача оценки параметров статистики. Оценки для дисперсии и математического ожидания.
29. Доверительный интервал. Доверительная вероятность. Задача об оценке вероятности по частоте.
30. Метод наибольшего правдоподобия для нахождения оценок параметров.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций⁵

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: устный опрос, прохождение теста, выполнение контрольной работы, выполнение индивидуального домашнего задания, практическая подготовка.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение теста обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

За выполнение контрольной работы обучающийся может набрать максимально - 20 баллов.

За выполнение индивидуального домашнего задания обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекциях

⁵ Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

и рассматриваемый на практических занятиях

Шкала оценивания экзамена

Количество баллов	Критерии оценивания
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе	Оценка по стобалльной системе
отлично	81-100
хорошо	61-80
удовлетворительно	41-60
неудовлетворительно	0-40