

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa79172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры
Протокол от «10» июня 2021 г. № 11
Зав. кафедрой Кондратьева Г.В. / Кондратьева Г.В. /

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине
Векторный и тензорный анализ

Направление подготовки
03.03.02 Физика

Мытищи
2021

Авторы-составители:

Бедрикова Е.А.

доцент кафедры математического анализа и геометрии,
кандидат физико-математических наук

Зверев Н.В.

доцент кафедры математического анализа и геометрии,
кандидат физико-математических наук

Фонд оценочных средств дисциплины «Векторный и тензорный анализ» составлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 07.08.2020 г. № 891.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2021

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2 – «Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа.	<i>Знать:</i> теорию векторного и тензорного анализа. <i>Уметь:</i> решать соответствующие задачи. <i>Владеть:</i> основными методами решения задач	Контроль посещения занятий; проверка конспекта, домашних заданий; устные опросы, контрольная работа; защита реферата; экзамен	41-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа.	<i>Знать:</i> теорию векторного и тензорного анализа. <i>Уметь:</i> решать соответствующие задачи. <i>Владеть:</i> основными методами решения задач	Контроль посещения занятий; проверка конспекта, домашних заданий; устные опросы, контрольная работа; защита реферата; экзамен	61-100

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Пример домашнего задания

1. Разложить вектор $\mathbf{x}$ по векторам $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{r}$, где $\mathbf{x} = \{-9, 5, 5\}$, $\mathbf{p} = \{4, 1, 1\}$, $\mathbf{q} = \{2, 0, -3\}$, $\mathbf{r} = \{-1, 2, 1\}$.
2. Найти векторную линию поля $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j}$.
3. Найти угол φ между градиентами скалярных полей $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ и $v = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ в точке $M(0, 0, 1)$.
4. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через часть плоскости P , расположенную в 1-ом октанте, если нормаль к плоскости образует острый угол с осью OZ .
5. Найти $\operatorname{rot}(r^6 \mathbf{a})$ и $\operatorname{div}(r^4 \mathbf{a})$, где $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{a} = \text{const}$.
6. Найти потенциал векторного поля $\mathbf{a} = (6xy - 2x)\mathbf{i} + (3x^2 - 2z)\mathbf{j} + (1 - 2y)\mathbf{k}$.

Примерные задания контрольной работы

1. Из векторов $\mathbf{a} = \{6, -4, -5\}$, $\mathbf{b} = \{3, 3, 2\}$, $\mathbf{c} = \{-1, -5, 1\}$ и $\mathbf{d} = \{4, 5, -2\}$ выделить аффинный базис и разложить по этому базису вектор $\mathbf{r} = \{3, -3, 8\}$.
2. Найти смешанное произведение векторов $\mathbf{a} = \{3, 4, 5\}$, $\mathbf{b} = \{-3, 4, -2\}$, $\mathbf{c} = \{1, 3, -1\}$ и определить объем параллелепипеда, построенного на векторах-сомножителях.
3. Найти углы между векторами $\mathbf{a} = \{5, 4, 5\}$ и $\mathbf{b} = \{-3, 5, 2\}$.
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ вдоль окружности, полученной пересечением сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ с плоскостью $x + y + z = 1$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки, если смотреть из точки $M(1, 1, 0)$.
5. Вычислить ротор векторного поля $\mathbf{a} = \frac{y}{x^2}\mathbf{j} - \frac{1}{x}\mathbf{k}$ в точке $M_0(1, -1, 1)$.
6. Разложить векторное поле $\mathbf{a} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (z^2 - x^2)\mathbf{j} + (yx - z^2)\mathbf{k}$ на потенциальное и соленоидальное векторные поля, восстановить скалярный и векторный потенциалы этих полей.
7. Найти потенциал центрального поля $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \sin^2 |\mathbf{r}|$.
8. Разложить векторное поле $\mathbf{a} = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + (z^2 - x^2)\mathbf{j} + (yx - z^2)\mathbf{k}$ по векторам основного базиса сферической системы координат.
9. Записать дивергенцию поля $\mathbf{a} = (yx - z^2)\mathbf{i} + (z^2 - y^2)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$ в цилиндрической системе координат.
10. Найти ротор векторного поля $\mathbf{a} = (r - \cos \theta)\mathbf{e}_r - \sin^2 \varphi \mathbf{e}_\theta + r^2 \mathbf{e}_\varphi$.

Примерные вопросы устного опроса

1. Вектор и его числовые характеристики.
2. Координаты вектора.
3. Линейные операции над векторами и их свойства.
4. Свойства линейных операций над векторами.

5. Равенство векторов, нулевой вектор, углы между векторами.
6. Коллинеарные и ортогональные векторы.
7. Линейная комбинация векторов.
8. Линейно зависимые и независимые векторы.
9. Базис в пространстве и на плоскости.
10. Разложение вектора по базису.
11. Ортонормированный базис, аффинный базис. Преобразование координат при переходе от одного базиса к другому.
12. Скалярное произведение векторов и его свойства.
13. Векторное произведение векторов и его свойства.
14. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
15. Двойное векторное произведение трех векторов и формула его вычисления.
16. Понятие векторной функции от скалярного и векторного аргумента.
17. Годограф радиус-вектора точки.
18. Скалярные поля, линии и поверхности уровня скалярного поля.
19. Производная по направлению для скалярного поля.
20. Градиент скалярного поля. Теоремы о градиенте.
21. Связь градиента с производной по направлению.
22. Представление градиента через оператор Гамильтона.
23. Понятие векторного поля. Векторные линии и их уравнения.
24. Вычисление векторного поля по определению.
25. Различные формулы вычисления потока через поверхность.
26. Понятие дивергенции векторного поля и ее физический смысл.
27. Формула Остроградского – Гаусса, координатная форма дивергенции векторного поля в точке и ее физический смысл.
28. Представление дивергенции с помощью оператора Гамильтона.
29. Циркуляция векторного поля вдоль линии и замкнутого контура.
30. Физический (гидродинамический) смысл циркуляции. Примеры вычисления циркуляции.
31. Понятие ротора векторного поля через циркуляцию вдоль замкнутого контура

Примерные темы рефератов

1. Координаты вектора и его числовые характеристики в координатной форме.
2. Операции над векторами и их свойства.
3. Линейная комбинация векторов, линейно зависимые и независимые векторы.
4. Базис и разложение вектора по базису.
5. Скалярное произведение векторов.
6. Векторное произведение векторов.
7. Смешанное произведение трех векторов.
8. Двойное векторное произведение трех векторов.
9. Годограф радиус-вектора точки. Приращение радиус-вектора при изменении скалярного аргумента. Примеры.
10. Производная по направлению для скалярного поля.
11. Градиент скалярного поля.
12. Векторное поле. Векторные линии и их уравнения.
13. Поток векторного поля через поверхность. Вычисление потока вектора.
14. Дивергенция векторного поля. Формула Остроградского – Гаусса.

Примерные вопросы к экзамену

1. Скалярные и векторные физические величины. Вектор и его числовые характеристики. Примеры.
2. Координаты вектора и его числовые характеристики в координатной форме. Примеры.
3. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение на число) и их свойства. Примеры.
4. Множество свободных векторов, равенство векторов, нулевой вектор, углы между векторами, коллинеарные и ортогональные векторы. Примеры.
5. Линейная комбинация векторов, линейно зависимые и независимые векторы. Примеры.
6. Базис в пространстве и на плоскости, разложение вектора по базису. Ортонормированный базис, аффинный базис. Преобразование координат при переходе от одного базиса к другому. Примеры.
7. Скалярное и векторное произведения векторов и их свойства. Примеры.
8. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Двойное векторное произведение трех векторов и формула его вычисления. Примеры.
9. Понятие векторной функции от скалярного и векторного аргумента. Годограф радиус-вектора точки. Приращение радиус-вектора при изменении скалярного аргумента. Примеры.
10. Скалярные поля, линии и поверхности уровня скалярного поля. Примеры.
11. Производная по направлению для скалярного поля. Определение и формула для вычисления. Примеры
12. Градиент скалярного поля. Теоремы о градиенте. Связь градиента с производной по направлению. Примеры.
13. Представление градиента через символический оператор Гамильтона. Свойства оператора «набла». Примеры.
14. Понятие векторного поля, примеры векторных полей. Векторные линии и их уравнения. Примеры.
15. Поток векторного поля через поверхность, вычисление векторного поля по определению. Инвариантная формулировка определения потока поля. Примеры.
16. Гидродинамическая интерпретация потока векторного поля через замкнутую поверхность. Физический смысл потока поля через поверхность. Примеры.
17. Различные формулы вычисления потока через поверхность. Примеры.
18. Понятие дивергенции векторного поля, как числовой характеристики поля и ее физический смысл. Источники и стоки поля. Инвариантная формулировка дивергенции векторного поля в точке. Примеры.
19. Формула Остроградского – Гаусса, координатная форма дивергенции векторного поля в точке и ее физический смысл. Представление дивергенции с помощью оператора Гамильтона. Примеры.
20. Циркуляция векторного поля вдоль линии и замкнутого контура. Физический (гидродинамический) смысл циркуляции. Примеры вычисления циркуляции.
21. Понятие ротора векторного поля через циркуляцию вдоль замкнутого контура, инвариантная формулировка ротора, определение ротора через поверхностную циркуляцию. Примеры.
22. Теорема Стокса, координатная формула ротора. Теорема о роторе. Обозначение ротора через определитель и с помощью оператора Гамильтона. Примеры.
23. Потенциальные векторные поля и их свойства. Примеры.
24. Консервативные векторные поля и их свойства. Примеры
25. Центральные векторные поля и их свойства. Примеры.
26. Соленоидальные векторные поля и их свойства, трубчатые поля. Лапласовы поля. Примеры.

27. Векторный потенциал векторного поля. Теорема Гельмгольца. Примеры.
28. Повторные операции векторного поля и их свойства. Примеры.
29. Криволинейные системы координат, преобразование координат при переходе от одной системы координат к другой. Примеры.
30. Основной и взаимный реперы, порожденные криволинейной системой координат. Разложение вектора по основному и взаимному реперам. Примеры.
31. Цилиндрическая система координат, координатные поверхности и координатные линии, основной и взаимный базисы. Примеры.
32. Сферическая система координат, координатные поверхности и координатные линии, основной и взаимный базисы. Примеры.
33. Векторные поля в криволинейной системе координат, разложение вектора поля по основному и взаимному базисам. Примеры.
34. Разложение векторного поля по цилиндрической системе координат. Коэффициенты Ламе. Примеры.
35. Разложение векторного поля по сферической системе координат, коэффициенты Ламе. Примеры.
36. Полный дифференциал и градиент скалярного поля в цилиндрической и сферической системах координат. Примеры.
37. Дивергенция векторного поля в цилиндрической и сферической системах координат. Примеры.
38. Ротор векторного поля в цилиндрической и сферической системах координат. Примеры.
39. Оператор Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат. Примеры.
40. Преобразование координат при переходе от одной системы координат к другой. Разложение вектора по основному и взаимному базисам. Примеры.
41. Аналитическое определение вектора в криволинейной системе координат, ковариантные и контравариантные компоненты вектора и формулы их преобразования. Примеры.
42. Определение тензора второго ранга, формулы преобразования контравариантных, ковариантных и смешанных компонент тензора. Примеры.
43. Запись тензоров любой валентности и любого порядка, преобразования компонент произвольного тензора. Примеры.
44. Метрический тензор второго ранга, выражение геометрических характеристик через компоненты метрического тензора. Поднятие и опускание индексов тензоров с помощью компонент метрического тензора. Примеры.
45. Тензор Леви – Чивиты, его свойства и применение. Примеры.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Основными формами текущего контроля являются проверка домашних заданий, устные опросы группы во время практических занятий, контрольная работа, проверка рефератов и экзамен.

Требования к выполнению практических работ

Проверка домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов. Теоретический материал лекционного курса должен быть проработан студентами к каждому практическому занятию. Некоторые вопросы теоретического курса могут быть проработаны ими самостоятельно с использованием литературы и выполнены в виде рефератов.

Требования к выполнению самостоятельных работ

Аудиторные занятия предполагают самостоятельную работу студентов по данному курсу. На лекциях предлагается для самостоятельного изучения дополнительные темы, самостоятельное проведение некоторых вычислений. На практических занятиях даются домашние задания для самостоятельного решения задач и упражнений.

Требования к экзамену

Процедура оценивания знаний и умений для получения экзамена состоит из следующих составных элементов. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости, представленной ниже в форме таблицы:

Таблица 1

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий								Итого %
		1	2	3	4				9	
1.										
2.										

Таблица 2

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре						Отметка об экзамене	Подпись преподава теля
		Посеще ние	Консп ект	Устные опросы	Домашн ие задания	Контро льная работа	Реферат		
		до 5 баллов	до 5 балло в	до 5 баллов	до 15 баллов	до 20 баллов	до 20 баллов	до 30 баллов	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.									
2.									

Структура оценивания посещения занятий

Критерии оценивания	Баллы
Студент посетил 0 – 10% всех занятий	0
Студент посетил 11 – 20% всех занятий	1
Студент посетил 21 – 40% всех занятий	2
Студент посетил 41 – 60% всех занятий	3
Студент посетил 61 – 80% всех занятий	4
Студент посетил 81 – 100% всех занятий	5

Структура оценивания конспекта лекций

Критерии оценивания	Баллы
Студент написал 0 – 10% всех лекций	0
Студент написал 11 – 20% всех лекций	1
Студент написал 21 – 40% всех лекций	2

Студент написал 41 – 60% всех лекций	3
Студент написал 61 – 80% всех лекций	4
Студент написал 81 – 100% всех лекций	5

Структура оценивания устных опросов

Критерии оценивания	Баллы
Студент правильно ответил на 0 – 10% всех заданных вопросов	0
Студент правильно ответил на 11 – 20% всех заданных вопросов	1
Студент правильно ответил на 21 – 40% всех заданных вопросов	2
Студент правильно ответил на 41 – 60% всех заданных вопросов	3
Студент правильно ответил на 61 – 80% всех заданных вопросов	4
Студент правильно ответил на 81 – 100% всех заданных вопросов	5

Структура оценивания домашних заданий

Критерии оценивания	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 25% всех домашних заданий	0 – 3
Студент правильно выполнил 26 – 50% всех домашних заданий	4 – 7
Студент правильно выполнил 51 – 75% всех домашних заданий	8 – 11
Студент правильно выполнил 76 – 100% всех домашних заданий	12 – 15

Структура оценивания контрольной работы

Контрольная работа содержит 4 задания. Баллы за **каждое задание**:

Критерии оценивания	Баллы
Студент решил задачу и показал полное и уверенное знание темы задания	5
Студент решил задачу, однако в решении имеются несущественные ошибки, недостатки и недочеты	4
Студент в целом решил задачу, но в решении имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	3
Студент не решил задачу, но имеются более двух правильных идей или подходов к решению задачи	2
Студент не решил задачу, но имеются только одна-две идеи или подходы к решению задачи	1
Студент не решил задачу и показал полное незнание темы задания	0

Структура оценивания реферата

Уровни оценивания	Критерии оценивания	Баллы
Отлично	содержание работы соответствует теме работы, работа выполнена самостоятельно, имеет творческий характер, отличается определенной новизной, проблема раскрыта глубоко и всесторонне, материал изложен логично	17 – 20
Хорошо	содержание работы соответствует теме работы, работа выполнена самостоятельно, имеет реферативный характер	13 – 16
Удовлетворительно	имеет место определенное несоответствие	9 – 12

	содержания работы заявленной теме, исследуемая проблема в основном раскрыта, но не отличается теоретической глубиной и аргументированностью, нарушена логика изложения материала	
Неудовлетворительно	содержание работы не соответствует теме, работа содержит существенные ошибки	0 – 8

Структура оценивания экзамена

Уровни оценивания	Критерии оценивания	Баллы
Отлично	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказывать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий	21–30
Хорошо	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказывать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий	11–20
Удовлетворительно	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики	6–10
Неудовлетворительно	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики	0–5

Распределение баллов для экзамена

Оценка по 5-балльной системе	Оценка по 100-балльной системе
отлично	81 – 100
хорошо	61 - 80
удовлетворительно	41 - 60
неудовлетворительно	40-21
Не аттестован	20-0